# = У Т В Е Р Ж Д А Ю =

Заведующий кафедрой ТСН

В.И. Сигида

"\_\_\_\_"\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2017 г.

# **ЗАДАНИЕ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ**

### **I. Тема работы**: Статистическая обработка результатов прямых многократных равноточных измерений.

**II. Цель занятия**: Привить студентам навыки производства статистической обработки результатов многократных измерений.

**III. Время:** 2 часа

**IV. Вопросы:**

1. Обработка результатов измерений: выявление систематических, грубых погрешностей.
2. Проверка статистических гипотез о законе распределения результата многократных измерений.
3. Расчет интервальных оценок математического ожидания результата.
4. Округление и запись результатов.

**V. Организационно-методические указания.**

В процессе подготовки студенты должны:

А. Повторить вопросы:

1. Выявление и устранение систематических погрешностей.
2. Применение математической статистики при обработке результатов многократных измерений, содержащих случайные погрешности.
3. Сущность методов построения доверительных интервалов.
4. Нахождение доверительных интервалов и доверительных вероятностей.
5. Закон распределения Стьюдента.
6. Общие представления о критериях согласия. Проверка гипотезы о законе распределения.
7. Формы выражения пределов допускаемой основной погрешности измерения.

Б. Уметь:

1. Устранить систематическую погрешность результата измерения.
2. Найти доверительный интервал для заданной доверительной вероятности.
3. Рассчитать абсолютную и относительную погрешности измерения физических величин.

В. Решать задачи по теме занятия.

## **VI. Данные для КР:**

Задание выдается каждому студенту для самостоятельной обработки результатов измерения по индивидуальному варианту. Номер варианта выбирается по № в списке группы у преподавателя. Варианты заданий представлены в табл. 1.

*ПРИМЕЧАНИЕ:* при номере варианта больше 34: отсчет номера начинается с первого, а запись следующим образом: Вариант № 1+34 или Вариант №1+34+34, при этом значение данных таблицы для **всех** Uoi и Upi увеличиваются на последнюю цифру номера зачетки. Например: Данные таблицы **511,2** зачетка №хххх**7** →→ откорректированные данные задания в таблице: **518,2** и т.д.

При выполнении задания требуется:

1. Исключить систематическую погрешность рабочего прибора.
2. Обработать результаты измерений после исключения систематической погрешности.
3. Записи данных вести по форме отчета.
4. Квантили распределения Стьюдента определить из справочных табл. 2.

**VII. Рекомендованная литература:**

1. *Шишмарёв В.Ю.* Метрология, стандартизация, сертификация и техническое регулирование. М.: Издательский дом «Академия» 2016
2. *Сергеев А.Г., Терегеря В.В.* Метрология, стандартизация и сертификация. Изд-во Юрайт. 2014
3. *Мочалов В.Д, Погонин А.А, Афанасьев А.А.* Метрология, стандартизация и сертификация. Учебное пособие М.: Инфра-М, 2018
4. *Димов, Ю.В.* Метрология, стандартизация и сертификация / Ю.В. Димов. - М.: СПб: Питер, 2016. - 432 c.
5. *Иванов, И.А.* Метрология, стандартизация и сертификация на транспорте / И.А. Иванов. - М.: Академия (Academia), 2016. - 977 c
6. *Катенин, В.А.* Метрология в кораблевождении и решение задач навигации / В.А. Катенин. - М.: Элмор, 2016
7. *Мышелов Е.П.* Введение в метрологию, стандартизацию и сертификацию качества / Е.П. Мышелов. - М.: Красанд, 2017. - 224 c.
8. *Боридько С.И. и др.* Метрология и электрорадиоизмерения в телекоммуникационных системах. М.: Горячая линия - Телеком, 2016;
9. Конспекты лекций.

### Таблица 1

## Показатели образцового и рабочего вольтметров

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № варианта | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | | 7 | | 8 | | 9 | |
| № измерения | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12  13  14  15  16  17  18  19  20 | 510,4  506,9  512,1  504,7  509,9  504,8  512,0  506,4  511,2  505,6  513,0  507,7  509,4  508,4  512,6  505,4  509,4  510,7  501,7  508,0 | 503,8  499,9  505,1  497,6  502,8  497,8  515,0  499,5  504,3  498,6  506,5  500,7  502,3  501,3  505,7  498,3  505,5  503,6  503,6  501,0 | 614,5  611,1  617,3  612,2  616,8  613,4  615,8  610,7  618,5  619,1  613,0  616,5  611,6  616,3  615,8  611,5  617,6  610,1  618,0  610,3 | 617,5  614,1  620,3  615,3  619,3  616,4  628,9  613,7  621,0  611,9  616,0  619,9  614,7  620,8  618,4  614,6  621,2  613,0  621,4  613,4 | 380,0  379,1  381,3  380,4  378,2  381,5  379,5  378,6  378,2  387,7  378,3  381,8  379,7  377,8  378,7  381,8  378,8  377,7  379,4  381,6 | 387,0  384,8  388,6  387,4  384,5  389,0  365,2  384,2  389,4  387,8  383,3  389,7  385,6  383,1  388,7  385,8  386,4  386,7  388,2  389,4 | 714,6  711,2  715,8  709,4  714,0  711,4  713,4  709,7  710,5  716,7  710,7  716,3  712,6  714,7  711,9  713,4  711,8  715,3  712,6  715,4 | 709,0  704,8  709,9  703,6  707,9  705,5  717,6  703,7  704,2  710,3  704,5  709,6  706,4  708,9  705,6  706,2  709,4  706,8  708,4  707,2 | 452,8  455,2  451,1  454,4  450,6  454,8  452,2  455,7  450,2  451,8  453,6  455,4  454,5  454,0  452,3  450,4  451,3  453,3  451,8  453,0 | 458,6  462,4  456,7  461,4  457,2  461,8  457,5  463,4  455,6  478,2  460,5  463,3  460,3  459,8  457,9  456,0  456,4  459,5  459,2  459,0 | 823,0  826,4  823,4  825,1  824,1  826,3  823,6  826,2  824,7  825,3  825,8  823,7  824,5  825,4  825,7  823,8  825,6  824,3  825,7  824,4 | 829,0  832,5  825,4  829,4  826,5  831,5  825,7  842,3  828,8  829,8  831,7  826,1  828,5  830,2  831,3  827,1  830,8  827,5  830,6  827,5 | 385,3382,5  386,6  384,6  386,0  387,4  383,8  385,8  384,1  385,4  384,6  383,7  386,7  384,3  382,3  386,9  383,3  387,1  384,8  386,3 | 392,5  387,6  394,3  390,5  393,3  396,4  388,8  393,4  390,1  372,7  390,5  392,3  395,3  391,0  387,6  395,6  389,2  395,6  391,8  394,4 | 123,0  125,3  120,7  123,3  122,7  125,0  121,1  123,4  122,4  124,7  124,5  121,1  121,4  122,4  122,2  121,5  124,3  122,3  123,9  123,7 | 130,0  134,4  126,7  130,4  129,6  133,8  126,4  135,8  129,2  133,4  132,9  126,8  127,4  128,8  128,5  127,7  132,4  128,2  132,1  131,6 | 614,5  611,1  617,3  612,2  616,8  613,4  615,8  610,7  618,5  619,1  613,0  616,5  611,6  616,3  615,8  611,5  617,6  610,1  618,0  610,3 | 617,5  614,1  620,3  615,3  619,3  616,4  618,9  613,7  624,0  611,9  616,0  619,9  614,7  620,8  618,4  614,6  621,2  613,0  621,4  613,4 |
| Доверит. вероятность | 0,9;  0,95;  0,99 | | 0,9;  0,99;  0,999 | | 0,95;  0,99;  0,999 | | 0,8;  0,9;  0,95 | | 0,75;  0,85;  0,99 | | 0,9;  0,95;  0,99 | | 0,9;  0,99;  0,999 | | 0,95;  0,99;  0,999 | | 0,8;  0,9;  0,95 | |

### Продолжение табл. 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № варианта | 10 | | 11 | | 12 | | 13 | | 14 | | 15 | | 16 | | 17 | | 18 | |
| № измерения | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12  13  14  15  16  17  18  19  20 | 410,5  410,2  410,4  413,5  413,9  413,8  412,0  412,3  411,8  411,1  411,3  411,7  411,6  413,2  413,0  411,6  411,7  412,3  412,5  412,2 | 415,0  414,6  415,2  424,9  421,2  420,2  418,0  418,2  417,6  416,0  416,3  417,6  417,4  419,8  419,6  416,5  416,7  418,4  418,7  419,1 | 130,2  131,3  135,2  133,1  130,8  133,0  134,4  132,7  132,7  131,8  131,7  130,9  132,8  133,3  132,2  130,7  130,5  132,9  133,3  134,6 | 132,1  136,5  133,9  133,6  131,9  138,3  131,6  133,9  133,4  134,2  131,8  132,5  133,7  133,7  131,8  134,4  133,8  135,5  131,8  133,9 | 382,2  378,8  379,4  380,0  381,7  381,3  381,1  380,3  378,4  379,1  380,8  381,8  379,8  378,0  378,2  381,5  380,5  378,6  380,2  379,6 | 381,8  373,3  374,5  375,9  380,3  378,9  378,3  375,2  391,4  374,0  377,8  380,9  375,5  369,6  370,7  379,6  377,2  376,4  376,2  375,0 | 20,0  26,1  21,4  24,8  23,3  22,2  21,1  25,7  27,2  26,6  23,6  21,7  20,5  25,7  24,5  22,8  23,8  20,7  25,0  24,1 | 22,3  31,5  24,5  28,8  26,7  24,5  21,6  30,9  32,6  32,1  27,4  25,0  22,7  30,0  28,4  26,2  27,9  23,1  29,3  28,1 | 93,2  103,0  101,2  97,4  100,1  99,2  95,9  105,9  98,3  104,2  94,6  99,8  98,7  102,2  99,4  102,0  99,7  101,4  100,2  100,6 | 94,3  108,1  104,6  100,2  103,9  102,9  98,5  112,3  101,7  110,2  94,1  103,5  102,5  106,7  101,3  105,8  103,2  105,0  104,1  104,2 | 102,8  97,1  101,7  99,0  100,1  97,7  98,4  101,0  102,5  97,4  99,9  99,5  102,2  102,0  98,1  98,6  101,4  100,7  100,4  99,2 | 104,7  85,0  100,6  91,3  96,1  86,8  85,9  98,4  103,6  85,9  95,5  94,3  102,8  101,8  87,4  89,7  99,3  97,5  96,6  93,1 | 100,46  100,14  102,46  99,68  99,94  100,30  99,71  98,70  99,76  100,06  97,47  99,47  99,81  100,54  98,44  100,19  98,81  100,02  99,65  99,37 | 104,39  103,40  110,37  102,03  102,81  103,89  102,14  106,89  103,72  103,18  93,42  101,41  103,63  104,64  98,33  103,56  99,43  103,07  107,46  101,94 | 127,1  129,7  125,4  123,8  131,3  128,3  126,2  122,0  130,8  125,0  123,2  129,4  127,5  127,3  126,8  122,6  125,7  130,3  131,9  126,5 | 123,6  126,3  121,5  118,3  130,6  122,2  116,1  119,8  129,4  111,5  123,1  124,8  124,4  125,3  166,7  121,8  123,7  128,1  130,0  123,5 | 131,5  131,7  138,4  138,0  132,2  132,5  137,7  137,3  132,7  133,0  137,0  136,5  133,6  134,3  136,3  135,6  135,0  134,7  135,5  134,8 | 131,4  133,0  140,0  140,5  134,7  134,3  139,9  139,8  134,1  135,5  139,5  139,0  136,2  130,8  138,0  137,2  138,0  136,3  137,0  136,3 |
| Доверит. вероятность | 0,75;  0,85;  0,99 | | 0,9;  0,95;  0,99 | | 0,9;  0,95;  0,99 | | 0,9;  0,99;  0,999 | | 0,95;  0,99;  0,999 | | 0,8;  0,9;  0,95 | | 0,75;  0,85;  0,99 | | 0,9;  0,95;  0,99 | | 0,9;  0,95;  0,99 | |

### Продолжение табл. 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № варианта | 19 | | 20 | | 21 | | 22 | | 23 | | 24 | | 25 | |
| № измерения | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12  13  14  15  16  17  18  19  20 | 1009,06  994,87  994,75  1005,95  1008,81  990,66  1015,79  1001,61  981,15  1011,79  989,45  1000,07  1007,69  1009,71  1007,12  1010,90  993,69  997,45  984,99  995,12 | 983,98  984,16  958,34  975,62  944,18  1004,42  1002,38  980,08  939,70  983,18  985,44  973,74  981,68  923,44  971,22  964,16  954,50  964,54  1025,46  992,12 | 17,35  20,21  15,92  18,29  16,19  18,59  16,43  19,27  16,59  19,10  19,57  19,05  19,87  17,70  17,57  20,72  20,07  18,88  19,83  18,61 | 15,71  21,50  12,97  17,58  11,13  19,18  13,86  19,54  14,18  19,20  20,14  17,09  20,84  16,41  16,14  23,14  21,13  18,75  20,66  18,21 | 515,4  515,6  516,2  515,7  515,4  515,5  515,9  516,2  515,3  515,8  515,7  516,3  515,5  515,7  515,8  515,6  515,8  515,7  515,7  516,0 | 510,15  510,65  511,45  511,65  510,35  510,25  510,95  511,25  521,35  510,15  510,05  511,45  510,95  510,85  511,25  511,55  510,75  510,95  511,35  511,45 | 501,99  502,08  489,17  497,81  497,09  512,21  511,19  500,04  497,85  501,59  502,72  496,87  500,84  571,72  495,61  492,08  487,25  493,77  522,73  506,06 | 512,98  514,16  488,34  505,62  504,18  534,42  532,38  510,08  469,70  513,18  515,44  503,74  511,68  453,44  501,22  494,16  484,50  497,54  555,46  522,12 | 50,0  49,9  49,7  50,1  50,2  49,9  50,3  49,8  50,2  50,4  49,6  49,7  50,3  49,6  49,8  50,1  49,7  50,3  50,1  49,8 | 54,54  50,14  53,64  54,74  54,44  54,24  53,54  53,24  55,74  53,34  54,64  53,94  53,44  54,74  54,54  54,94  53,14  54,34  58,74  54,24 | 80,5  80,8  81,0  80,9  80,7  80,8  80,9  80,8  80,7  80,5  81,3  80,6  80,8  80,3  81,0  80,9  80,6  80,4  80,9  81,2 | 81,45  81,35  78,95  80,75  82,55  81,25  80,85  80,95  81,45  80,05  80,15  81,35  81,25  80,95  80,25  80,35  81,65  81,45  80,55  80,15 | 35,7  35,3  36,1  35,9  35,4  35,6  36,2  35,6  35,8  35,6  35,6  35,9  36,0  35,4  36,0  35,3  35,8  35,6  35,7  36,6 | 33,2  32,4  32,6  30,1  33,2  32,3  33,2  32,8  33,2  33,4  32,8  32,7  33,3  32,6  32,7  33,1  32,3  33,3  34,1  32,8 |
| Доверит. вероятность | 0,9;  0,99;  0,999 | | 0,95;  0,99;  0,999 | | 0,8;  0,9;  0,95 | | 0,75;  0,85;  0,99 | | 0,9;  0,95;  0,99 | | 0,9;  0,95;  0,99 | | 0,9;  0,99;  0,999 | |

Продолжение табл. 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № варианта | 26 | | 27 | | 28 | | 29 | | 30 | | 31 | | 32 | | 33 | | 34 | |
| № измерения | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi | Uoi | Upi |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12  13  14  15  16  17  18  19  20 | 90,5  90,6  91,3  90,9  90,4  90,6  90,7  91,0  90,3  90,4  90,5  91,3  90,5  90,6  90,6  90,9  90,7  90,7  90,4  91,2 | 93,3  93,9  94,5  90,6  94,3  93,2  92,9  93,7  93,8  94,3  92,9  93,1  93,3  94,6  94,8  92,8  93,8  95,5  94,4  93,2 | 65,5  65,8  66,2  65,9  65,4  66,0  65,9  65,7  65,8  65,9  65,6  65,9  66,0  65,3  65,8  65,6  66,3  65,5  65,7  65,8 | 67,5  66,4  66,7  68,6  67,3  67,2  66,7  67,3  66,1  67,8  67,4  67,7  66,4  59,7  67,6  66,3  66,4  66,2  66,5  67,6 | 184,0  183,6  183,4  183,3  183,7  183,6  183,5  183,3  184,3  183,5  183,6  183,3  184,0  183,9  183,6  183,4  183,9  184,2  183,8  183,5 | 180,2  179,1  179,6  180,7  180,4  180,8  189,5  179,2  179,7  169,3  180,6  179,9  179,4  180,7  180,5  180,9  179,1  180,3  179,7  180,2 | 260,0  259,9  259,7  260,1  260,2  259,9  260,3  259,8  260,2  260,4  259,6  259,7  260,3  259,6  259,8  260,1  259,7  260,3  260,1  259,8 | 262,3  262,6  268,5  263,7  262,4  262,3  262,8  263,8  263,6  262,4  262,2  263,5  262,7  262,6  263,4  263,5  262,6  262,8  260,6  263,5 | 445,0  444,7  444,6  445,1  445,2  444,7  445,3  444,6  445,2  445,4  444,6  444,5  445,3  444,5  444,8  445,1  444,7  445,3  445,1  444,3 | 440,8  444,9  441,5  439,6  441,3  440,2  439,9  440,7  440,8  441,3  439,9  440,1  440,3  441,6  441,8  429,8  440,8  441,5  441,4  440,2 | 30,5  30,8  31,0  30,9  30,7  30,8  30,9  30,8  30,7  30,5  31,3  30,6  30,8  30,3  31,0  30,9  30,6  30,4  30,9  31,2 | 31,45  31,35  30,95  30,75  31,55  31,25  30,85  30,95  31,45  30,05  30,15  33,35  31,25  30,95  30,25  29,35  31,65  31,45  30,55  30,15 | 515,4  515,6  516,2  515,7  515,4  515,5  515,9  516,2  515,3  515,8  515,7  516,3  515,5  515,7  515,8  515,6  515,8  515,8  515,7  516,0 | 510,15  510,65  511,45  511,65  510,35  510,25  514,95  511,25  511,35  510,15  510,05  511,45  510,45  510,85  511,25  511,55  510,75  508,95  511,35  511,45 | 60,0  59,9  59,7  60,1  60,2  59,9  60,3  59,8  60,2  60,4  59,6  59,7  60,3  59,6  59,8  60,1  59,7  60,3  60,1  59,8 | 60,1  60,5  61,4  61,6  60,3  60,2  60,9  61,2  63,3  60,1  60,0  61,4  60,9  60,8  61,2  61,5  60,7  60,9  61,3  61,4 | 40,0  39,9  39,7  40,1  40,2  39,9  40,3  39,8  40,2  40,4  39,6  39,7  40,3  39,6  39,8  40,1  39,7  40,3  40,1  39,3 | 40,8  40,9  41,5  39,6  41,3  44,2  39,9  40,7  40,8  41,3  39,9  40,1  40,3  41,6  41,8  37,8  40,8  41,5  41,4  40,2 |
| Доверит. вероятность | 0,95;  0,99;  0,999 | | 0,8;  0,9;  0,95 | | 0,75;  0,85;  0,99 | | 0,9;  0,95;  0,99 | | 0,9;  0,95;  0,99 | | 0,9;  0,99;  0,999 | | 0,95;  0,99;  0,999 | | 0,75;  0,85;  0,99 | | 0,9;  0,95;  0,99 | |

Форма отчета

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

Тема: Статистическая обработка результатов прямых многократных равноточных измерений.

"\_\_\_"\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_г. Студент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Зачетная книжка № \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

###### Группа \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

## **Вариант № \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

## **З А Д А Н И Е**

Одно и то же напряжение измерялось 20 раз двумя вольтметрами: образцовым и рабочим. Результаты измерения образцового прибора Uoi несут в себе случайные погрешности. Результаты Upi, помимо случайных, имеют систематическую погрешность ΔUсист. Произвести статистическую обработку результатов измерений с заданными значениями доверительной вероятности.

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  измер. | Образцовый прибор  Uoi | Рабочий прибор  Upi | Исправленные показания рабочего прибора  Ui (Upi+С) | Ui - Ū | (Ui - Ū)2 |
| 1 |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  |  |
| 9 |  |  |  |  |  |
| 10 |  |  |  |  |  |
| 11 |  |  |  |  |  |
| 12 |  |  |  |  |  |
| 13 |  |  |  |  |  |
| 14 |  |  |  |  |  |
| 15 |  |  |  |  |  |
| 16 |  |  |  |  |  |
| 17 |  |  |  |  |  |
| 18 |  |  |  |  |  |
| 19 |  |  |  |  |  |
| 20 |  |  |  |  |  |
|  | Ūо= | Ūр= |  |  |  |

1. Оценка математического ожидания образцового прибора:



2. Оценка математического ожидания рабочего прибора:



3. Систематическая погрешность рабочего прибора.



Среднее арифметическое (математическое ожидание) исправленных показаний рабочего прибора



4. Среднее квадратическое отклонение рабочего прибора:



5. Проверить, не содержат ли исправленные значения рабочего прибора грубых погрешностей (по критерию Романовского).

Критерий Романовского используется при числе измерений 10 < n *<* 20.

Результаты группы из n наблюдений, которые называют объёмом выборки, упорядочивают по возрастанию х1 ≤ х2 ≤ . . . ≤ хn, где x1 и xn минимальное и максимальное значения.

По формулам:

вычисляют оценки среднего арифметического значения и среднеквадратического отклонения наблюдений σ данной выборки.

Для предполагаемых промахов, которыми могут быть, например, результаты х1 и хn, проводят расчёт коэффициентов

Задаются уровнем значимости критерия ошибки **q**, т.е. наибольшей вероятностью того, что используемый критерий может дать ошибочный результат.

Этот уровень должен быть достаточно малым, чтобы вероятность ошибки была невелика.

Из таблицы 2 по заданным величинам **q** и **n** находят предельное (граничное) значение коэффициента:

Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число наблюдений **n** | Предельное значение tг при уровне значимости q | | | | Число наблюдений **n** | Предельное значение tг при уровне значимости q | | | |
| 0,100 | 0,075 | 0,050 | 0,025 | 0,100 | 0,075 | 0,050 | 0,025 |
| **3** | 1,15 | 1,15 | 1,15 | 1,15 | **12** | 2,13 | 2,20 | 2,29 | 2,41 |
| **4** | 1,42 | 1,44 | 1,46 | 1,48 | **13** | 2,17 | 2,24 | 2,33 | 2,47 |
| **5** | 1,60 | 1,64 | 1,67 | 1,72 | **14** | 2,21 | 2,28 | 2,37 | 2,50 |
| **6** | 1,73 | 1,77 | 1,82 | 1,89 | **15** | 2,25 | 2,32 | 2,41 | 2,55 |
| **7** | 1,83 | 1,88 | 1,94 | 2,02 | **16** | 2,28 | 2,35 | 2,44 | 2,58 |
| **8** | 1,91 | 1,96 | 2,03 | 2,13 | **17** | 2,31 | 2,38 | 2,48 | 2,62 |
| **9** | 1,98 | 2,04 | 2,11 | 2,21 | **18** | 2,34 | 2,41 | 2,50 | 2,66 |
| **10** | 2,03 | 2,10 | 2,18 | 2,29 | **19** | 2,36 | 2,44 | 2,53 | 2,68 |
| **11** | 2,09 | 2,14 | 2,23 | 2,36 | **20** | 2,38 | 2,46 | 2,56 | 2,71 |

Выполняют сравнение коэффициентов t1 иtn, определяемых формулой, с табличными значениями.

Если t1 > tг и/или tn > tг, то результаты **х1** и/или **хn** относят к *промахам* и исключают из результатов наблюдений и далее рассматривают выборку объёмом (n – 1) или (n – 2).

С уменьшением уровня значимости параметра **q** коэффициент **tг** увеличивается при данном числе наблюдений **n.**

Это означает, что при выборе меньшей величины **q** все меньшее число результатов наблюдений может быть отнесено к промахам, поскольку усложняется выполнение условия t1 > tг. поэтому слишком малые значения q не используют.

Если обнаружены грубые погрешности их исключают и повторяют расчеты пп.2 – 4.

6. Проверить, не противоречит ли гипотеза о нормальном законе распределения случайной погрешности имеющимся результатам измерений (составной критерий).

Для работы использовать таблицы 3, 4, 5, 6.

## Составной критерий:

Часть 1. По результатам наблюдений х1, х2,..., хn, вычисляют значение параметра:

где  - среднее арифметическое результатов измерения

*σ\**– смещенная оценка среднеквадратического отклонения, вычисляемая как

или

Результаты наблюдений группы являются распределенными нормально, если выполняется соотношение d1-q1/2 < d̃ ≤ dq1/2 ,

где d1-q1/2 < d̃ ≤ dq1/2  – квантили распределения, получаемые из таблицы 3 «Квантили распределения (статистика d)» по ***n*** и заранее выбранному уровню значимости критерия ошибки ***q1***. (0,02 или 0,1).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Таблица 3 | | | | |
| Квантили распределения (статистика d) | | | | |
| Число наблюдений n | q1=0,02 | | q1=0,1 | |
| dmin | dmax | dmin | dmax |
| 16 | 0,6829 | 0,9137 | 0,7236 | 0,8884 |
| 21 | 0.6950 | 0,9001 | 0,7304 | 0,8768 |
| 26 | 0,7040 | 0,8901 | 0,7360 | 0,8686 |
| 31 | 0,7110 | 0,8826 | 0,7404 | 0,8625 |
| 36 | 0,7167 | 0,8769 | 0,7440 | 0,8578 |
| 41 | 0,7216 | 0,8722 | 0,7470 | 0,8540 |
| 46 | 0,7256 | 0,8682 | 0,7496 | 0,8508 |
| 51 | 0,7291 | 0,8648 | 0,7518 | 0,8481 |

Из таблицы 3 по выбранному ***q1*** и известному числу наблюдений ***n*** находят предельные значения параметра d̃:



Гипотезу о нормальном распределении результатов наблюдений по части 1 критерия полагают верной при выполнении условия:

Часть 2. Для результатов наблюдений **х1, х2,..., хn,** вычисляют абсолютную погрешность каждого наблюдения (xi *-* ) и несмещенную оценку среднеквадратического отклонения наблюдений σ по формуле:

Задаются уровнем значимости критерия **q2**, равным **0,01, 0,02** или **0,05.**

Из таблицы 3 по двум показателям - выбранному **q2** и числу наблюдений **n** - находят значение вероятности **Р**, а только по **n** -значение теоретического коэффициента **m**;

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Таблица 4 | | | | |
| Значения Р для вычисления Zp/2 | | | | |
| Число наблюдений n | m | q2 | | |
| 0,01 | 0,02 | 0,05 |
| 10 | 1 | 0,98 | 0,98 | 0,96 |
| 11-14 | 1 | 0,99 | 0,98 | 0,97 |
| 15-20 | 1 | 0,99 | 0,99 | 0,98 |
| 21-22 | 2 | 0,98 | 0,97 | 0,96 |
| 23 | 2 | 0,98 | 0,98 | 0,96 |
| 24-27 | 2 | 0,98 | 0,98 | 0,97 |
| 28-32 | 2 | 0,99 | 0,98 | 0,97 |
| 33-35 | 2 | 0,99 | 0,98 | 0,98 |
| 36-49 | 2 | 0,99 | 0,99 | 0,98 |

По таблице 5 или справочным данным – значение ***Zp/2*** – верхнюю квантиль распределения нормированной функции Лапласа, отвечающую вероятности P/2.

Таблица 5

Значения функции Лапласа Ф1(z) для z ≥ 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| z | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2,0 | 0,4773 | 0,4778 | 0,4783 | 0,4788 | 0,4793 | 0,4798 | 0,4803 | 0,4808. | 0,4812 | 0,4817 |
| 2,1 | 0,4821 | 0,4826 | 0,4830 | 0,4834 | 0,4838 | 0,4842 | 0,4846 | 0,4850 | 0,4854 | 0,4857 |
| 2,2 | 0,4861 | 0,4865 | 0,4868 | 0,4871 | 0,4875 | 0,4878 | 0,4881 | 0,4884 | 0,4887 | 0,4889 |
| 2,3 | 04893 | 0,4896 | 0,4898 | 0,4901 | 0,4904 | 0,4906 | 0,4909 | 0,4911 | 0,4913 | 0,4916 |
| 2,4 | 0,4918 | 0,4920 | 0,4922 | 0,4925 | 0,4927 | 0,4929 | 0,4931 | 0,4932 | 0,4934 | 0,4936 |
| 2,5 | 0,4938 | 0,4940 | 0,4941 | 0,4943 | 0,4945 | 0,4946 | 0,4948 | 0,4949 | 0,4951 | 0,4952 |
| 2,6 | 0,4953 | 0,4955 | 0,4956 | 0,4957 | 0,4959 | 0,4960 | 0,4961 | 0,4962 | 0,4963 | 0,4964 |
| 2,7 | 0,4965 | 0,4966 | 0,4967 | 0,4968 | 0,4969 | 0,4970 | 0,4971 | 0,4972 | 0,4973 | 0,4974 |
| 2,8 | 0,4974 | 0,4975 | 0,4976 | 0,4977 | 0,4977 | 0,4978 | 0,4979 | 0,4980 | 0,4980 | 0,4981 |
| 2,9 | 0,4981 | 0,4982 | 0,4983 | 0,4983 | 0,4984 | 0,4984 | 0,4985 | 0,4985 | 0,4986 | 0,4986 |

Результаты наблюдений принадлежат нормальному распределению, если разность | Ui - Ū | превзошли значение (**σ·Zp/2**) не более ***m*** раз***.***

Гипотезу о нормальном распределении результатов наблюдений по критерию 2 полагают верной, если **mэ ≤ m.**

Гипотеза о нормальности распределения принимается, если **выполняются** **обе части** критерия.

Результирующий уровень значимости составного критерия

**q ≤ q1 + q2**.

## 7. Расчет результатов измерений при заданной доверительной вероятности производят, используя формулу:

## Значения t находятся по заданной вероятности Р1, Р2 и Р3 из таблицы 6:

Таблица 6.

Значения ts для различных значений доверительной вероятности Рs и числа измерений n (распределение Стьюдента)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ps  n | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 0,95 | 0,98 | 0,99 | 0,999 |
| 2 | 1,000 | 1,376 | 1,963 | 3,080 | 6,310 | 12,71 | 31,80 | 63,70 | 636,60 |
| 3 | 0,816 | 1,061 | 1,336 | 1,886 | 2,920 | 4,30 | 6,96 | 9,92 | 31,60 |
| 4 | 0,765 | 0,978 | 1,250 | 1,638 | 2,350 | 3,18 | 4,54 | 5,84 | 12,94 |
| 5 | 0,741 | 0,941 | 1,190 | 1,533 | 2,130 | 2,77 | 3,75 | 4,60 | 8,61 |
| 6 | 0,727 | 0,920 | 1,156 | 1,476 | 2,020 | 2,57 | 3,36 | 4,03 | 6,86 |
| 7 | 0,718 | 0,906 | 1,134 | 1,440 | 1,943 | 2,45 | 3,14 | 4.71 | 5,96 |
| 8 | 0,711 | 0,896 | 1,119 | 1,415 | 1,895 | 2,36 | 3,00 | 3,50 | 5,40 |
| 9 | 0,706 | 0,889 | 1,108 | 1,397 | 1,860 | 2,31 | 2,90 | 3,36 | 5,04 |
| 10 | 0,703 | 0,883 | 1,110 | 1,383 | 1,833 | 2,26 | 2,82 | 3,25 | 4,78 |
| 11 | 0,700 | 0,879 | 1,093 | 1,372 | 1,812 | 2,23 | 2,76 | 3,17 | 4,59 |
| 12 | 0,697 | 0,876 | 1,088 | 1,363 | 1,796 | 2,20 | 2,72 | 3,11 | 4,49 |
| 13 | 0,695 | 0,873 | 1,083 | 1,356 | 1,782 | 2,18 | 2,68 | 3,06 | 4,32 |
| 14 | 0,694 | 0,870 | 1,079 | 1,350 | 1,771 | 2,16 | 2,65 | 3,01 | 4,22 |
| 15 | 0,692 | 0,868 | 1,076 | 1,345 | 1,761 | 2,14 | 2,62 | 2,98 | 4,14 |
| 16 | 0,691 | 0,866 | 1,074 | 1,341 | 1,753 | 2,13 | 2,60 | 2,95 | 4,07 |
| 17 | 0,690 | 0,865 | 1,071 | 1,337 | 1,746 | 2,12 | 2,58 | 2,92 | 4,02 |
| 18 | 0,689 | 0,863 | 1,069 | 1,333 | 1,740 | 2,11 | 2,57 | 2,90 | 3,96 |
| 19 | 0,688 | 0,862 | 1,067 | 1,330 | 1,734 | 2,10 | 2,55 | 2,88 | 3,92 |
| 20 | 0,688 | 0,861 | 1,066 | 1,328 | 1,729 | 2,09 | 2,54 | 2,86 | 3,88 |
| ∞ | 0,674 | 0,842 | 1,036 | 1,282 | 1,645 | 1,960 | 2,33 | 2,58 | 3,29 |

8. Записать результаты измерений в установленном виде. (Абсолютная ∆ и относительная δ погрешность).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Заданное значение доверительной вероятности | tp, n-1 | Результат измерения прибором |
| Р1 = |  |  |
| Р2 = |  |  |
| Р3 = |  |  |

*Например: Р1 =0,94*

Подпись выполнившего работу \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_