

Задача 1. В схеме рис. 1.1 дано: $U_1=220$ В, $R_d=10$ Ом, $X_a=1$ Ом, $E_2=100$ В, $\alpha=30^\circ$, $X_d=\infty$. Вычислить полный коэффициент мощности.

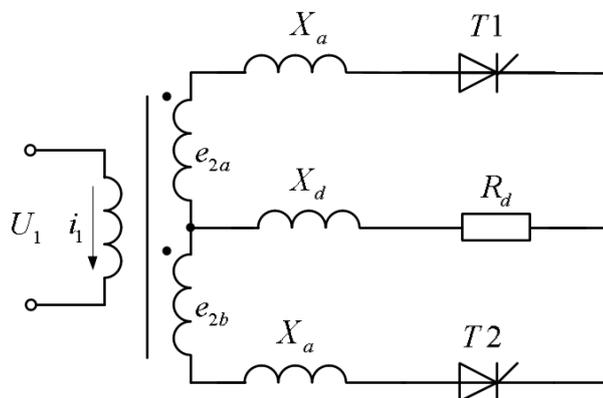


Рис. 1.1

Решение:

Как известно, полный коэффициент мощности выпрямителя определяется по выражению:

$$\chi = \cos \varphi \cdot K_H \quad (1.1)$$

Так как рассматриваемая схема относится к однофазным выпрямителям, то в приведенном выражении коэффициент несимметрии $K_H = 1$. Определение двух других составляющих полного коэффициента мощности проведем с помощью рис. 1.2.

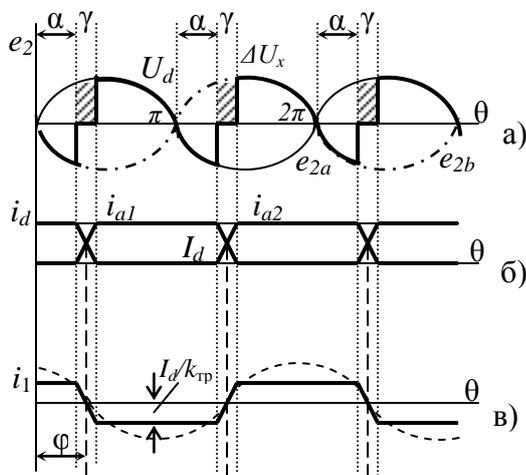


Рис. 1.2

На рис. 1.2, а изображены ЭДС e_{2a} и e_{2b} вторичной обмотки трансформатора и кривая выпрямленного напряжения U_d при угле $\alpha = 30^\circ$. Так как $X_d = \infty$, то выпрямленный ток идеально сглажен (рис. 1.2, б). Ток в первичной обмотке трансформатора имеет вид, показанный на рис. 1.2, в, в предположении, что на коммутационных интервалах γ он изменяется линейно (хотя, как известно, на этих интервалах ток i_1 изменяется по косинусоидальному закону). Первая гармоника этого тока, показанная пунктиром, сдвинута относительно напряжения U_1 на угол $\varphi = \alpha + \gamma/2$.

Чтобы определить угол φ , надо вычислить угол γ ; для нахождения угла γ нужно знать постоянную составляющую тока нагрузки I_d . Ток I_d находим из выражения:

$$I_d \cdot R_d = E_{\alpha \max} - \Delta U_x = 0,9 \cdot E_2 \cdot \cos \alpha - I_d \cdot X_d / \pi, \quad (1.2)$$

где $E_{\alpha \max} = \frac{2\sqrt{2}E_2}{\pi} \cdot \cos \alpha = 0,9 \cdot E_2 \cdot \cos \alpha$ – накопленное значение выпрямленного

напряжения при угле управления α ; 0,9 – коэффициент схемы выпрямления;

$\Delta U_x = I_d \cdot X_d / \pi$ — коммутационное падение напряжения.

Выражение (1.2) в данном случае используется потому, что при $X_d = \infty$ имеет место режим непрерывного тока. Из (1.2) находим I_d :

$$I_d = \frac{0,9 \cdot E_2 \cdot \cos \alpha}{R_d + \frac{X_d}{\pi}} = \frac{0,9 \cdot 100 \cdot \cos 30^\circ}{10 + \frac{1}{3,14}} = 7,554 \text{ А.}$$

Теперь находим угол γ следующим образом:

$$\gamma = \arccos \left(\cos \alpha - \frac{I_d \cdot X_d}{\sqrt{2} \cdot E_2} \right) - \alpha = \arccos \left(\cos 30^\circ - \frac{7,554 \cdot 1}{\sqrt{2} \cdot 100} \right) - 30^\circ = 5,67^\circ = 0,099 \text{ рад.}$$

Следовательно, $\cos \varphi = \cos (\alpha + \gamma/2) = \cos (30^\circ + (6/2)^\circ) = 0,84$.

Коэффициент искажения v в выражении (5-4) находится следующим образом:

$$v = \frac{I_{1(1)}}{I_1},$$

где $I_{1(1)}$ — действующее значение первой гармоники первичного тока, I_1 — действующее значение первичного тока.

Действующее значение первичного тока находим из выражения:

$$I_1 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_1^2 d\theta} = \sqrt{\frac{4}{2\pi} \int_0^{\gamma/2} \left(\frac{2 \cdot I_d \cdot \theta}{k_{тр} \cdot \gamma} \right)^2 d\theta + \frac{2}{2\pi} \int_0^{\pi-\gamma} \left(\frac{I_d}{k_{тр}} \right)^2 d\theta},$$

где первичное слагаемое под корнем представляет собой ту составляющую действующего значения тока, которая определяется фронтами нарастания и спадания первичного тока на интервалах коммутации при допущении линейности его функции. Таких фронтов, как видно из рис. 1.2, в – четыре на протяжении всего периода. Второе слагаемое под корнем представляет собой другую составляющую, определяемую значением первичного тока на внекоммутационных интервалах, равным $I_d/k_{тр}$, где $k_{тр} = U_1/E_2 = 220/100 = 2,2$ – коэффициент трансформации силового трансформатора.

Таких внекоммутационных интервалов, как видно из рис. 1.2, в – два.

Вычисляя подкоренное выражение, получим:

$$I_1 = \frac{I_d}{k_{тр}} \sqrt{\frac{\gamma}{3\pi} + \frac{\pi-\gamma}{\pi}} = \frac{7,554}{2,2} \sqrt{\frac{0,099}{3\pi} + \frac{\pi-0,099}{\pi}} = 3,397 \text{ А.}$$

Для определения действующего значения первой гармоники первичного тока разложим функцию i_1 (рис. 1.2, в) в ряд Фурье:

$$i_1(\theta) = \frac{U \cdot I_d}{k_{тр} \cdot \frac{\gamma}{2} \cdot \pi} \cdot \left(\sin \frac{\gamma}{2} \cdot \sin \theta + \frac{1}{9} \cdot \sin \frac{3\gamma}{2} \cdot \sin 3\theta + \dots \right) \quad (1.3)$$

Первая гармоника этого тока:

$$i_{1(1)} = \frac{8 \cdot I_d \cdot \sin \frac{\gamma}{2}}{k_{\text{тр}} \cdot \gamma \cdot \pi} \cdot \sin \theta \quad (1.4)$$

Амплитуда первой гармоники:

$$I_{1(1)m} = \frac{8 \cdot I_d \cdot \sin \frac{\gamma}{2}}{k_{\text{тр}} \cdot \gamma \cdot \pi} = \frac{8 \cdot 7,554 \cdot \sin(0,099/2)}{2,2 \cdot 0,099 \cdot \pi} = 4,37 \text{ A}.$$

Действующее значение первой гармоники:

$$I_{1(1)} = \frac{I_{1(1)m}}{\sqrt{2}} = \frac{4,37}{\sqrt{2}} = 3,09 \text{ A}.$$

Следовательно, коэффициент искажения:

$$v = \frac{I_{1(1)}}{I_1} = \frac{3,09}{3,397} = 0,91,$$

а полный коэффициент мощности:

$$\chi = \cos \varphi \cdot v = 0,84 \cdot 0,91 = 0,764.$$

Задача 2. В условии предыдущей задачи 1 в цепь нагрузки включен нулевой вентиль $B0$ (рис. 2.1). Сравнить коэффициенты мощности выпрямителя при наличии и при отсутствии $B0$.

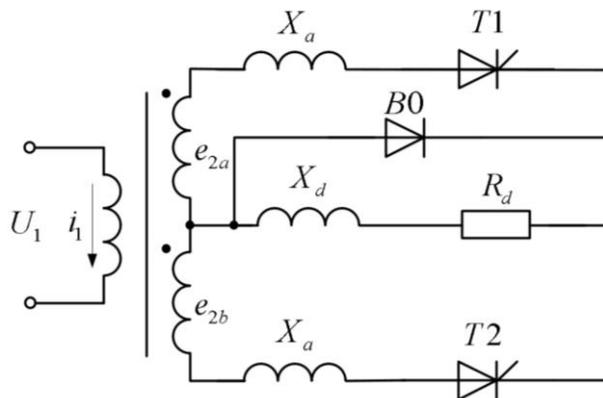


Рис. 2.1

Решение:

Наличие нулевого вентиля приводит к тому, что на интервалах $(0...α)$, $[π...(π + α)]$, $[2π...(2π + α)]$ и т.д. ток нагрузки будет протекать под действием ЭДС самоиндукции на сглаживающем дросселе L_d , через нулевой вентиль $B0$, минуя вторичную обмотку трансформатора (рис. 5-4). В результате этого в кривой выпрямленного напряжения будут отсутствовать интервалы с отрицательными значениями U_d , а ток нагрузки будет складываться не только из токов тиристоров T_1 и T_2 , но и нулевого вентиля (рис. 2.2, б). Кривая первичного тока i_1 построена на рис. 2.2, в, из условия равенства намагничивающих сил вторичной и первичной обмоток трансформатора. Подход к решению этой задачи такой же, как и в предыдущей.

Вначале находим постоянную составляющую выпрямленного тока I_d из выражения:

$$I_d R_d = E_{d \max} - \Delta U_x = \frac{\sqrt{2} E_2}{\pi} (1 + \cos \alpha) - \frac{I_d X_a}{\pi} \quad (2.1)$$

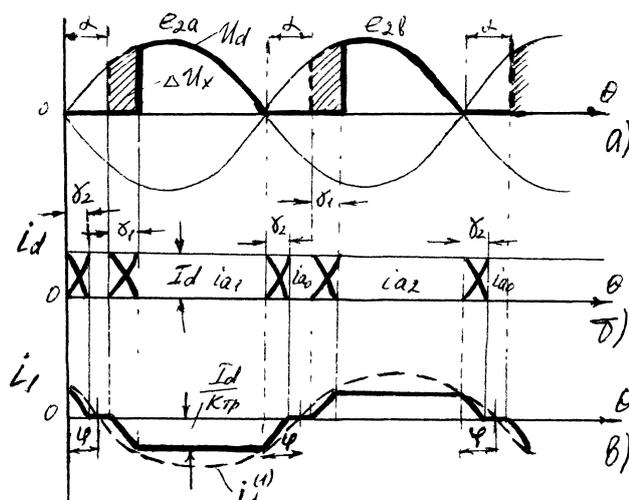


Рис. 2.2

В этом выражении $E_{d \max} = \frac{\sqrt{2} E_2}{\pi} (1 + \cos \alpha)$, так как при наличии нулевого

вентиля постоянная составляющая выпрямленного напряжения определяется так же, как и в случае чисто активной нагрузки. Из (2.1) находим

$$I_d \left(R_d + \frac{X_a}{\pi} \right) = \frac{\sqrt{2} E_2}{\pi} (1 + \cos \alpha), \text{ откуда}$$

$$I_d = \frac{\sqrt{2} E_2 \cdot (1 + \cos \alpha)}{\pi \cdot \left(R_d + \frac{X_a}{\pi} \right)} = \frac{\sqrt{2} \cdot 100 \cdot (1 + \cos 30^\circ)}{\pi \cdot \left(10 + \frac{1}{\pi} \right)} = 8,141 \text{ А.}$$

Для нахождения углов коммутации необходимо учесть, что коммутация, начинающаяся в точке $\theta = 0$ с вентиля T_2 на вентиль BO происходит точно в токе естественной коммутации и поэтому угол коммутации определяется по формуле:

$$\gamma_2 = \arccos \left(1 - \frac{I_d X_a}{\sqrt{2} E_2} \right) = \arccos \left(1 - \frac{8,141 \cdot 1}{\sqrt{2} \cdot 100} \right) = 19,53^\circ = 0,341 \text{ рад}$$

Коммутация, начинающаяся в точке $\theta = \alpha$ с нулевого вентиля на тиристор T_1 происходит со сдвигом относительно точки естественной коммутации на угол α - угол управления. Поэтому длительность коммутационного интервала в этом случае находим из выражения:

$$\gamma_1 = \arccos \left(\cos \alpha - \frac{I_d X_a}{\sqrt{2} E_2} \right) - \alpha = \arccos \left(\cos 30^\circ - \frac{8,141 \cdot 1}{\sqrt{2} \cdot 100} \right) - 30^\circ = 6,05^\circ = 0,106 \text{ рад}$$

Первая гармоника первичного тока $i_{1(1)}$, как следует из рис. 2.2, в, будет сдвинута относительно напряжения U_1 в первичной обложке трансформатора на угол $\varphi \approx \frac{\alpha + \gamma_1}{2}$. Отсюда находим

$$\cos \varphi = \cos \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma_1}{2} \right) = \cos(15^\circ + 3,025^\circ) = 0,951.$$

Коэффициент искажения v находим так же, как и в предыдущей задаче:

$$v = \frac{I_{1(1)}}{I_1},$$

где $I_{1(1)}$ - действующее значение первой гармоники первичного тока;

I_1 - действующее значение первичного тока.

$$\begin{aligned} I_1 &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_1^2 d\theta} = \sqrt{\frac{2}{2\pi} \int_0^{\gamma_1} \left(\frac{I_d \theta}{k_{тр} \gamma_1} \right)^2 d\theta + \frac{2}{2\pi} \int_0^{\gamma_2} \left(\frac{I_d \theta}{k_{тр} \gamma_2} \right)^2 d\theta + \frac{2}{2\pi} \int_0^{\pi - \alpha - \gamma_1} \left(\frac{I_d}{k_{тр}} \right)^2 d\theta} = \\ &= \frac{I_d}{k_{тр}} \sqrt{\frac{(\gamma_1 + \gamma_2)}{3\pi} + \frac{(\pi - \alpha - \gamma_1)}{\pi}} = \frac{8,141}{2,2} \sqrt{\frac{(0,106 + 0,341)}{3\pi} + \frac{(\pi - \frac{\pi}{6} - 0,106)}{\pi}} = 3,406 \text{ А} \end{aligned}$$

$$\text{Здесь } k_{тр} = \frac{U_1}{E_2} = \frac{220}{100} = 2,2.$$

Для нахождения первой гармоники первичного тока необходимо разложить эту функцию в ряд Фурье. Поскольку из-за неравенства γ_1 и γ_2 сделать это затруднительно, то реальную функцию тока i_1 , представляющую собой неравнобокие трапеции, заменим равновеликими по площади прямоугольниками

так, как показано на рис 2.3.

Длительность интервалов протекания тока i_1 на рис 2.3, б, находим так:

$$\lambda = \pi + \frac{\gamma_2}{2} - \alpha - \frac{\gamma_1}{2} = \pi + \frac{0,341}{2} - \frac{\pi}{6} - \frac{0,104}{2} = 2,736 \text{ рад.}$$

Относительное значение длительности этих интервалов:

$$a = \frac{\lambda}{\pi} = \frac{2,736}{\pi} = 0,871$$

Далее раскладываем функцию i_1 на рис. 2.3, б:

$$i_1(\theta) = \frac{4 \cdot I_d}{k_{тр} \cdot \pi} \left(\sin \frac{a\pi}{2} \cos \theta + \frac{1}{3} \sin \frac{3a\pi}{2} \cos 3\theta + \dots \right) \quad (2.2)$$

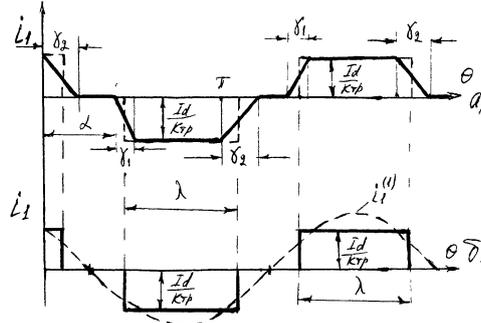


Рис. 2.3

Первая гармоника этого тока

$$i_1(t) = \frac{4I_d \cdot \sin \frac{a\pi}{2}}{k_{тр} \pi} \cos \theta \quad (2.3)$$

Амплитуда первой гармоники

$$I_{1(1)m} = \frac{4I_d \cdot \sin \frac{a\pi}{2}}{k_{тр} \cdot \pi} = \frac{4 \cdot 8,141 \cdot \sin \frac{0,871 \cdot \pi}{2}}{2,2 \cdot \pi} = 4,615 \text{ A}$$

Действующее значение первой гармоники

$$I_{1(1)} = \frac{I_{1(1)m}}{\sqrt{2}} = \frac{4,615}{\sqrt{2}} = 3,263 \text{ A.}$$

Отсюда находим коэффициент искажения:

$$v = \frac{I_{1(1)}}{I_1} = \frac{3,263}{3,406} = 0,958.$$

Полный коэффициент мощности

$$\chi = \cos \varphi \cdot v = 0,951 \cdot 0,958 = 0,911.$$

Сравнение этих результатов с результатами предыдущей задачи дает основание сделать вывод о заметном улучшении полного коэффициента мощности в основном за счет более высокого значения $\cos \varphi$ в схеме с нулевым вентилем.