

Контрольная работа 6 «Центральная предельная теорема (ЦПТ)»

1. Выход цыплят в инкубаторе составляет в среднем 60% числа заложенных яиц. Сколько нужно заложить яиц, чтобы с вероятностью 0,99 ожидать, что отклонение числа вылупившихся цыплят от их математического ожидания не превышало по абсолютной величине 50? Решить задачу, используя ЦПТ.
2. Театр, вмещающий 1000 человек, имеет два разных входа. Около каждого входа имеется свой гардероб. Сколько мест должно быть в гардеробе у второго входа, чтобы в среднем в 95 случаях из 100 все зрители могли в нем раздеться? Предполагается, что зрители приходят парами и каждая пара независимо от других выбирает первый вход с вероятностью 0,7?
3. Вероятность производства стандартной детали равна 0,95. Оцените с помощью ЦПТ вероятность того, что число бракованных среди 2000 деталей находится в границах от 75 до 125.
4. Имеется 1000 квадратов, сторона которых может принимать значения 0,5 или 1 с вероятностями 0,3 и 0,7 соответственно. С какой вероятностью суммарная площадь всех квадратов будет в пределах от 750 до 805?
5. В среднем каждый 30-й диск, записываемая на студии, оказывается бракованной. Оцените с помощью ЦПТ вероятность того, что из 900 дисков, записанных на студии, число бракованных окажется в пределах от 25 до 35.
6. Всхожесть семян некоторой культуры равна 0,85. Оцените при помощи ЦПТ вероятность того, что из 400 посеянных семян число взошедших будет заключено в пределах от 300 до 380.
7. В поселке 2500 жителей. Каждый из них примерно 6 раз в месяц ездит в город на поезде, который ходит раз в сутки. Какой наименьшей вместимостью должен обладать поезд, чтобы он переполнялся в среднем не чаще, чем 1 раз в 100 дней?
8. Найдите с помощью ЦПТ вероятность того, что среди 800 новорожденных детей будет от 370 до 430 мальчиков. Считать вероятность рождения мальчика 0,5.
9. Найдите такое число k , что с вероятностью приближенно равной 0,9 можно было бы утверждать, что число мальчиков среди 900 новорожденных больше k .
10. Выход цыплят в инкубаторе составляет в среднем 70% числа заложенных яиц. Сколько нужно заложить яиц, чтобы с вероятностью 0,95 ожидать, что отклонение числа вылупившихся цыплят от их математического ожидания не превышало по абсолютной величине 50?
11. 500 раз подбрасывается игральная кость. Оцените, используя ЦПТ, вероятность того, что частота выпадения шестерки окажется в интервале $\left(\frac{1}{6} - 0,05; \frac{1}{6} + 0,05\right)$.
12. В среднем 10% работоспособного населения некоторого региона — безработные. Найдите с помощью ЦПТ вероятность того, что уровень безработицы среди обследованных 10000 работоспособных жителей города будет в пределах от 9 до 11%.
13. Игральная кость подбрасывается до тех пор, пока суммарное число очков не превысит 700. Оцените вероятность того, что для этого потребуется более 210 бросаний.
14. Пусть всхожесть семян некоторого сорта растений составляет 70%. Используя ЦПТ, найти вероятность того, что при посеве 10000 семян отклонение доли взошедших от вероятности того, что взойдет каждое из них, не превзойдет по абсолютной величине 0,01.
15. Урожайность куста картофеля равна 0 кг с вероятностью 0,1, 1 кг с вероятностью 0,2, 1,5 кг с вероятностью 0,2, 2 кг с вероятностью 0,3 и 2,5 кг с вероятностью 0,2. Какое наименьшее число клубней надо посадить, чтобы с вероятностью не менее 0,975 урожай был не менее 1 тонны?
16. Опыт работы страховой компании показывает, что страховой случай приходится примерно на каждый пятый договор. Оцените с помощью ЦПТ необходимое количество договоров, которые следует заключить, чтобы с вероятностью 0,9 можно было утверждать, что доля страховых случаев отклонится от 0,2 по абсолютной величине не более, чем на 0,01.
17. Студент получает на экзамене 5 с вероятностью 0,2, 4 с вероятностью 0,4, 3 с вероятностью 0,3 и 2 с вероятностью 0,1. За время обучения студент сдает 40 экзаменов. Найдите вероятность того, что его суммарный балл будет больше 160.
18. Среднее значение длины детали 50 см, а дисперсия 0,1. Сколько надо взять деталей, чтобы среднее арифметическое их длин будет не менее 49,5 и не более 50,5 см с вероятностью равной 0,95?
19. При выстреле по мишени стрелок попадает в десятку с вероятностью 0,5, в девятку с вероятностью 0,3, в восьмерку с вероятностью 0,1, в семерку с вероятностью 0,05 и в шестерку с вероятностью 0,05. Стрелок сделал 100 выстрелов. Какова вероятность того, что он набрал более 950 очков?

20. Пусть вероятность того, что денежный автомат при опускании одной монеты сработает правильно, равна 0,95. Оценить вероятность того, что при 2500 опусканиях монет частота случаев правильной работы автомата отклонится (по абсолютной величине) от вероятности 0,95 не более, чем на 0,02.
21. Для лица, дожившего до 20-летнего возраста вероятность смерти на 21-ом году равна 0,006. Застрахована группа в 10000 человек 20-летнего возраста, причем каждый застрахованный внес 1200 рублей. Какую максимальную выплату наследникам следует установить, чтобы вероятность того, что к концу года страховая компания окажется в убытке была бы не больше 0,0228?
22. Сколько приборов надо взять для эксплуатации, чтобы с вероятностью 0,97 доля надежных приборов отличалась по абсолютной величине от 0,98 не более чем на 0,1. Известно, что каждый прибор имеет надежность 0,9.
23. Вероятность сдачи в срок всех экзаменов студентом факультета равна 0.7. С помощью центральной предельной теоремы оцените вероятность того, что доля сдавших в срок все экзамены из 2000 студентов заключена в границах от 0,66 до 0,74.
24. С конвейера сходит в среднем 85% изделий первого сорта. Сколько изделий необходимо взять, чтобы с вероятностью 0,997 отклонение частоты изделий первого сорта от 0,85 по абсолютной величине не превосходило 0,01?
25. Средняя температура в квартире, подключенной к теплоцентрали, в период отопительного сезона составляет 20°C, а среднее квадратическое отклонение равно 2°C. Оцените вероятность того, что температура в квартире будет в пределах от 15°C до 25°C.
26. Сколько деревьев необходимо посадить, чтобы число прижившихся деревьев было больше 100 с вероятностью 0,9, если известно, что каждое дерево приживается с вероятностью 0,8?
27. На отрезке $\left[0; \frac{1}{4}\right]$ случайным образом выбраны 192 числа (т.е. рассматриваются 192 независимые равномерно распределенные случайные величины). С помощью ЦПТ оцените вероятность того, что их сумма будет заключена между 22 и 26.
28. На курсе обучается 600 студентов. Вероятность родиться каждому студенту в определенный день года равна 1/365. Оцените с помощью центральной предельной теоремы вероятность того, что число студентов, рожденных 1 января, заключено в пределах от 5 до 10.
29. Монета брошена 1000 раз. При каком k число выпадений герба лежит между 490 и k с вероятностью 0,5.
30. Театр, вмещающий 1000 зрителей, имеет два входа. У каждого входа свой гардероб. Сколько мест должно быть в каждом гардеробе, чтобы в среднем в 99 случаях из 100 все зрители могли раздеться в гардеробе того входа, через который они зашли. Предполагается, что зрители приходят парами, каждая пара независимо от других выбирает с вероятностью 0,5 любой вход.
31. Театр, вмещающий 1000 зрителей, имеет два входа. У каждого входа свой гардероб. Сколько мест должно быть в каждом гардеробе, чтобы в среднем в 99 случаях из 100 все зрители могли раздеться в гардеробе того входа, через который они зашли. Предполагается, что зрители приходят по одному, каждый зритель независимо от других выбирает с вероятностью 0,5 любой вход.
32. Игральный кубик подбрасывается до тех пор, пока общая сумма выпавших очков не превысит 700. Оценить вероятность того, что для этого потребуется более 210 бросков кубика.
33. Игральный кубик подбрасывается до тех пор, пока общая сумма выпавших очков не превысит 700. Оценить вероятность того, что для этого потребуется не более 180 бросков кубика.
34. Игральный кубик подбрасывается до тех пор, пока общая сумма выпавших очков не превысит 700. Оценить вероятность того, что для этого потребуется от 190 до 210 бросков кубика.