

Вариант 1

1. Для данного определителя $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix}$ найти дополнительный минор элемента a_{34} .

2. Найти матрицы $[AB]$, $[BA]$, $[A^{-1}]$, если $[A] = \begin{bmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{bmatrix}$, $[B] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{bmatrix}$.

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее по правилу Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

4. Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис, и найти координаты вектора \vec{d} в этом базисе: $\vec{a} = \{5, 3, 1\}, \vec{b} = \{-1, 2, -3\}, \vec{c} = \{3, -4, 2\}, \vec{d} = \{-9, 34, -20\}$.

5. Вершины пирамиды находятся в точках $A(3, -5, -2), B(-4, 2, 3), C(1, 5, 7), D(-2, -4, 5)$. Найти объем пирамиды и длину высоты, опущенной из вершины B .

6. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3 , если $M_1(1, 3, 6), M_2(2, 2, 1), M_3(-1, 0, 1), M_0(5, -4, 5)$.

7. Написать канонические уравнения прямой $4x + y + z + 2 = 0, 2x - y - 3z - 8 = 0$.

8. Найти точку пересечения прямой, заданной каноническими уравнениями, и плоскости

$$\frac{x-1}{8} = \frac{y-8}{-5} = \frac{z+5}{12}, \quad x - 2y - 3z + 18 = 0.$$

9. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$.

10. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}$.

11. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$.

12. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{5 - 5e^{-3x}}$.

13. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+8} \right)^{-3x}$.

14. Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой x_0

$$y = (4x - x^2)/4, \quad x_0 = 2.$$

15. Найти дифференциал функции в точке с абсциссой x_0

$$y = x \arcsin(1/x) + \ln \left| x + \sqrt{x^2 - 1} \right|, \quad x_0 = 1.$$

Вариант 2

1. Для определителя $\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ найти алгебраическое дополнение элемента a_{12} .

2. Найти матрицы $[AB]$, $[BA]$, $[A^{-1}]$, если $[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$, $[B] = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{bmatrix}$.

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее матричным методом

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

4. Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис, и найти координаты вектора \vec{d} в этом базисе: $\vec{a} = \{3, 1, -3\}, \vec{b} = \{-2, 4, 1\}, \vec{c} = \{1, -2, 5\}, \vec{d} = \{1, 12, -20\}$.

5. Вершины пирамиды находятся в точках $A(7, 4, 9), B(1, -2, -3), C(-5, -3, 0), D(1, -3, 4)$. Найти объем пирамиды и длину высоты, опущенной из вершины C .

6. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3 , если $M_1(1, -1, 2), M_2(2, 1, 2), M_3(1, 1, 4), M_0(-3, 2, 7)$.

7. Написать канонические уравнения прямой $5x + y + 2z + 4 = 0, x - y - 3z + 2 = 0$.

8. Найти точку пересечения прямой, заданной каноническими уравнениями, и плоскости

$$\frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{-1}, \quad 2x - 5y + 4z + 24 = 0.$$

9. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 + 2x}{x^2 + x}$

10. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 7x}{2x^3 - 4x^2 + 5}$

11. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}$

12. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{5x}$

13. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{2x-3}$

14. Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой x_0

$$y = 2x^2 + 3x - 1, \quad x_0 = -2.$$

15. Найти дифференциал функции в точке с абсциссой x_0

$$y = \operatorname{tg} \left(2 \arccos \sqrt{1-2x^2} \right), \quad x_0 = 0.$$

Вариант 3

1. Для определителя $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ найти дополнительный минор элемента a_{14} .

2. Найти матрицы $[AB]$, $[BA]$, $[A^{-1}]$, если $[A] = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{bmatrix}$, $[B] = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{bmatrix}$.

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее по правилу Крамера

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$

4. Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис, и найти координаты вектора \vec{d} в этом базисе: $\vec{a} = \{6, 1, -3\}$, $\vec{b} = \{-3, 2, 1\}$, $\vec{c} = \{-1, -3, 4\}$, $\vec{d} = \{15, 6, -17\}$.

5. Вершины пирамиды находятся в точках $A(-4, -7, -3)$, $B(-4, -5, 7)$, $C(2, -3, 3)$, $D(3, 2, 1)$. Найти объем пирамиды и длину высоты, опущенной из вершины A .

6. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3 , если $M_1(2, -4, -3)$, $M_2(5, -6, 0)$, $M_3(-1, 3, -3)$, $M_0(2, -10, 8)$.

7. Написать канонические уравнения прямой $2x - 3y + z + 6 = 0$, $x - 3y - 2z + 3 = 0$.

8. Найти точку пересечения прямой, заданной каноническими уравнениями, и плоскости

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}, \quad 3x + 4y + 7z - 16 = 0.$$

9. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6 + x - x^2}{x^3 - 27}$

10. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 3x^2 + 7}{x^4 + 2x^3 + 1}$

11. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21}$

12. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{x^3 + 27x}$

13. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x+1} \right)^{-4x}$

14. Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой x_0

$$y = x - x^3, \quad x_0 = -1.$$

15. Найти дифференциал функции в точке с абсциссой x_0

$$y = \sqrt{1+2x} - \ln|x + \sqrt{1+2x}|, \quad x_0 = 1.$$

Вариант 4

1. Для определителя $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ найти алгебраическое дополнение элемента a_{24} .

2. Найти матрицы $[AB]$, $[BA]$, $[A^{-1}]$, если $[A] = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, $[B] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$.

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее матричным методом

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

4. Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис, и найти координаты вектора \vec{d} в этом базисе: $\vec{a} = \{4, 2, 3\}$, $\vec{b} = \{-3, 1, -8\}$, $\vec{c} = \{2, -4, 5\}$, $\vec{d} = \{-12, 14, -31\}$.

5. Вершины пирамиды находятся в точках $A(-4, -5, -3)$, $B(3, 1, 2)$, $C(5, 7, -6)$, $D(6, -1, 5)$. Найти объем пирамиды и длину высоты, опущенной из вершины B .

6. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3 , если $M_1(-3, -5, 6)$, $M_2(2, 1, -4)$, $M_3(0, -3, -1)$, $M_0(3, 6, 68)$.

7. Написать канонические уравнения прямой $x + 5y - z - 5 = 0$, $2x - 5y + 2z + 5 = 0$.

8. Найти точку пересечения прямой, заданной каноническими уравнениями, и плоскости

$$\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}, \quad 2x + 3y + 7z - 52 = 0.$$

9. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 - x - 2}$

10. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^3 + 5}$

11. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6}$

12. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -\pi} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 2x}$

13. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^{2-3x}$

14. Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой x_0

$$y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32, \quad x_0 = 4.$$

7. Найти дифференциал функции в точке с абсциссой x_0

$$y = x^2 \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 - 1}, \quad x_0 = 2.$$

Вариант 5

1. Для определителя $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ найти дополнительный минор элемента a_{13} .

2. Найти матрицы $[AB]$, $[BA]$, $[A^{-1}]$, если $[A] = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, $[B] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$.

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее по правилу Крамера

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22 \end{cases}$$

4. Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис, и найти координаты вектора \vec{d} в этом базисе: $\vec{a} = \{-2, 1, 3\}$, $\vec{b} = \{3, -6, 2\}$, $\vec{c} = \{-5, -3, -1\}$, $\vec{d} = \{31, -6, 22\}$.

5. Вершины пирамиды находятся в точках $A(5, 2, 4)$, $B(-3, 5, -7)$, $C(1, -5, 8)$, $D(9, -3, 5)$. Найти объем пирамиды и длину высоты, опущенной из вершины C .

6. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3 , если $M_1(-2, -1, -1)$, $M_2(0, 3, 2)$, $M_3(3, 1, -4)$, $M_0(-21, 20, -16)$.

7. Написать канонические уравнения прямой $6x - 5y - 4z + 8 = 0$, $6x + 5y + 3z + 4 = 0$.

8. Найти точку пересечения прямой, заданной каноническими уравнениями, и плоскости

$$\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{2}, \quad 7x + y + 4z - 47 = 0.$$

9. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 6x + 4}{x^2 - 5x + 6}$

10. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x^2 + 28x}{5x^3 + 3x^2 + x - 1}$

11. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1}$

12. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 6x}{2x^2 - 3x}$

13. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+1} \right)^{5x}$

14. Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой x_0

$$y = x + \sqrt{x^3}, \quad x_0 = 1.$$

15. Найти дифференциал функции в точке с абсциссой x_0

$$y = \arccos\left(1/\sqrt{1+2x^2}\right), \quad x = 0.$$

Вариант 6

1. Для определителя $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ найти алгебраическое дополнение элемента a_{32} .

2. Найти матрицы $[AB]$, $[BA]$, $[A^{-1}]$, если $[A] = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$, $[B] = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$.

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее матричным методом

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15 \end{cases}.$$

4. Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис, и найти координаты вектора \vec{d} в этом базисе: $\vec{a} = \{1, 3, 6\}, \vec{b} = \{-3, 4, -5\}, \vec{c} = \{1, -7, 2\}, \vec{d} = \{-2, 17, 5\}$.

5. Вершины пирамиды находятся в точках $A(-6, 4, 5), B(5, -7, 3), C(4, 2, -8), D(2, 8, -3)$. Найти объем пирамиды и длину высоты, опущенной из вершины B .

6. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3 , если $M_1(1, 3, 0), M_2(4, -1, 2), M_3(3, 0, 1), M_0(4, 3, 0)$.

7. Написать канонические уравнения прямой $8x - y - 3z - 1 = 0, x + y + z + 10 = 0$.

8. Найти точку пересечения прямой, заданной каноническими уравнениями, и плоскости

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{3}, \quad x + 3y + 5z - 42 = 0.$$

9. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{12 - x - x^2}{x^3 - 27}$

10. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 10x + 3}{2x^2 + 5x - 3}$

11. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}}$

12. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{2x}$

13. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x} \right)^{-5x}$

14. Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой x_0

$$y = \sqrt[3]{x^2} - 20, \quad x_0 = -8.$$

15. Найти дифференциал функции в точке с абсциссой x_0

$$y = x \ln \left| x + \sqrt{x^2 + 3} \right| - \sqrt{x^2 + 3}, \quad x_0 = 1.$$

Вариант 7

1. Для определителя $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ найти дополнительный минор элемента a_{31} .

2. Найти матрицы $[AB]$, $[BA]$, $[A^{-1}]$, если $[A] = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{bmatrix}$, $[B] = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{bmatrix}$.

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее по правилу Крамера

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$$

4. Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис, и найти координаты вектора \vec{d} в этом базисе: $\vec{a} = \{7, 2, 1\}, \vec{b} = \{5, 1, -2\}, \vec{c} = \{-3, 4, 5\}, \vec{d} = \{26, 11, 1\}$.

5. Вершины пирамиды находятся в точках $A(5, 3, 6), B(-3, -4, 4), C(5, -6, 8), D(4, 0, -3)$. Найти объем пирамиды и длину высоты, опущенной из вершины A .

6. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3 , если $M_1(0, -3, 1), M_2(-4, 1, 2), M_3(2, -1, 5), M_0(-3, 4, -5)$.

7. Написать канонические уравнения прямой $6x - 7y - 4z - 2 = 0, x + 7y - z - 5 = 0$.

8. Найти точку пересечения прямой, заданной каноническими уравнениями, и плоскости

$$\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+2}{3}, \quad 5x - y + 4z + 3 = 0.$$

9. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 2x - 1}{27x^3 - 1}$

10. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 3x + 1}{2x^2 - x + 10}$

11. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+3x}}$

12. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\operatorname{tg} 3x}$

13. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x-3} \right)^{3x}$

14. Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой x_0

$$y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}, \quad x_0 = 4.$$

15. Найти дифференциал функции в точке с абсциссой x_0

$$y = \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x) + (\operatorname{sh} x) \operatorname{lnch} x, \quad x_0 = 0.$$

Вариант 8

1. Для определителя $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ найти алгебраическое дополнение элемента a_{24} .

2. Найти матрицы $[AB]$, $[BA]$, $[A^{-1}]$, если $[A] = \begin{bmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{bmatrix}$, $[B] = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее матричным методом

$$\begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9 \end{cases}.$$

4. Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис, и найти координаты вектора \vec{d} в этом базисе: $\vec{a} = \{3, 5, 4\}, \vec{b} = \{-2, 7, -5\}, \vec{c} = \{6, -2, 1\}, \vec{d} = \{6, -9, 22\}$.

5. Вершины пирамиды находятся в точках $A(5, -4, 4), B(-4, -6, 5), C(3, 2, -7), D(6, 2, -9)$. Найти объем пирамиды и длину высоты, опущенной из вершины C .

6. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3 , если $M_1(-1, 2, 4), M_2(-1, -2, -4), M_3(3, 0, -1), M_0(-2, 3, 5)$.

7. Написать канонические уравнения прямой $3x + 3y - 2z - 1 = 0, 2x - 3y + z + 6 = 0$.

8. Найти точку пересечения прямой, заданной каноническими уравнениями, и плоскости

$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}, \quad x + 2y - z - 2 = 0.$$

9. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3}$

10. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4 + x^2 + x}{x^4 + 3x - 2}$

11. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}$

12. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{\sin 2x}$

13. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{x-4}$

14. Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой x_0

$$y = 8\sqrt[4]{x} - 70, \quad x_0 = 16.$$

15. Найти дифференциал функции в точке с абсциссой x_0

$$y = \arccos\left(\frac{x^2 - 1}{x^2 \sqrt{2}}\right), \quad x_0 = 1.$$

Вариант 9

1. Для определителя $\Delta = \begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$ найти дополнительный минор элемента a_{23} .

2. Найти матрицы $[AB]$, $[BA]$, $[A^{-1}]$, если $[A] = \begin{bmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix}$, $[B] = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{bmatrix}$.

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее по правилу Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19 \end{cases}$$

4. Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис, и найти координаты вектора \vec{d} в этом базисе: $\vec{a} = \{5, 3, 2\}, \vec{b} = \{2, -5, 1\}, \vec{c} = \{-7, 4, -4\}, \vec{d} = \{36, 1, 15\}$.

5. Вершины пирамиды находятся в точках $A(-7, -6, -5), B(5, 1, -3), C(8, -4, 0), D(3, 4, -7)$. Найти объем пирамиды и длину высоты, опущенной из вершины A .

6. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3 , если $M_1(3, 10, -1), M_2(-2, 3, -5), M_3(-6, 0, -3), M_0(-6, 7, -10)$.

7. Написать канонические уравнения прямой $4x + y - 3z + 2 = 0, 2x - y + z - 8 = 0$.

8. Найти точку пересечения прямой, заданной каноническими уравнениями, и плоскости

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-1}{-1}, \quad 3x - 2y - 4z - 8 = 0.$$

9. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{-x^2 - x + 2}$

10. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 3x + 1}{2x^2 - x + 10}$

11. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+6}}{2x^2 - 7x - 15}$

12. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\operatorname{tg} 3x}$

13. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x-3} \right)^{4x}$

14. Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой x_0

$$y = 2x^2 - 3x + 1, \quad x_0 = 1.$$

15. Найти дифференциал функции в точке с абсциссой x_0

$$y = \ln(\cos^2 x + \sqrt{1 + \cos^4 x}), \quad x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

Вариант 10

1. Для определителя $\Delta = \begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$ найти алгебраическое дополнение элемента a_{43} .

2. Найти матрицы $[AB]$, $[BA]$, $[A^{-1}]$, если $[A] = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{bmatrix}$, $[B] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее матричным методом

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16 \end{cases}$$

4. Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис, и найти координаты вектора \vec{d} в этом базисе: $\vec{a} = \{1, 1, 2\}, \vec{b} = \{-3, 3, 4\}, \vec{c} = \{-4, -2, 7\}, \vec{d} = \{-5, 11, -15\}$.

5. Вершины пирамиды находятся в точках $A(7, -1, -2), B(1, 7, 8), C(3, 7, 9), D(-3, -5, 2)$. Найти объем пирамиды и длину высоты, опущенной из вершины B .

6. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3 , если $M_1(1, 2, -3), M_2(1, 0, 1), M_3(-2, -1, 6), M_0(3, -2, -9)$.

7. Написать канонические уравнения прямой $x - y - z - 2 = 0, x - 2y + z + 4 = 0$.

8. Найти точку пересечения прямой, заданной каноническими уравнениями, и плоскости

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}, \quad 4x + 2y - z - 11 = 0.$$

9. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3}$

10. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{7x^3 + 2x + 1}$

11. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{3x+17} - \sqrt{2x+12}}{x^2 + 8x + 15}$

12. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x \operatorname{tg} x}$

13. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-7}{x} \right)^{2x+1}$

14. Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой x_0

$$y = (x^2 - 3x + 6)/x^2, \quad x_0 = 3.$$

15. Найти дифференциал функции в точке с абсциссой x_0

$$y = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2} \operatorname{arctg} x, \quad x_0 = 0.$$