Задание С.3. Определение реакций опор составной конструкции (система двух тел)

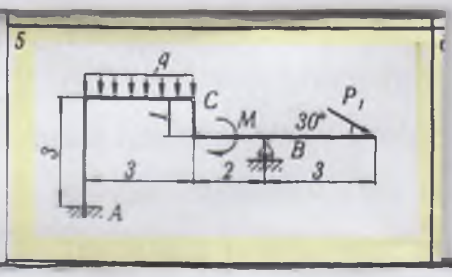
Конструкция состоит из двух частей. Установить, при каком способе соединения частей конструкции модуль реакции, указанной в табл. 5, наименьший, и для этого варианта соединения определить реакции опор, а также соединения C.

На рис. 17—19 показан первый способ соединения — с помощью шарнира C. Второй способ соединения — с помощью скользящей заделки, схемы которой показаны в табл. 6.

Пример выполнения задания. Дано: схема конструкции (рис. 20); $P_1 = 5$ кН, $P_2 = 7$ кН; $M = 22$ кН · м; $q = 2$ кН/м; $\alpha = 60°$.

Определить реакции опор, а также соединения C для того способа сочленения (шарнир или скользящая заделка), при котором модуль опоры A наименьший.

Решение. 1. *Определение реакций опоры A при шарнирном соединении в точке C.*



21

Таблица 5

Номер варианта (рис. 17–19)	P_1	P_2	M, кН · м	q, кН/м	Исследуемая реакция	Номер варианта (рис. 17–19)	P_1	P_2	M, кН · м	q, кН/м	Исследуемая реакция
	кН						кН				
1	5,0	–	24,0	0,8	X_A	16	7,0	10,0	14,0	3,8	R_B
2	6,0	10,0	22,0	1,0	R_A	17	9,0	12,0	26,0	4,0	R_A
3	7,0	9,0	20,0	1,2	R_B	18	11,0	10,0	18,0	3,5	M_B
4	8,0	–	18,0	1,4	M_A	19	13,0	9,0	30,0	3,0	M_B
5	9,0	–	16,0	1,6	R_A	20	15,0	8,0	25,0	2,5	R_B
6	10,0	8,0	25,0	1,8	M_A	21	10,0	7,0	20,0	2,0	R_A
7	11,0	7,0	20,0	2,0	R_B	22	5,0	6,0	15,0	1,5	R_A
8	12,0	6,0	15,0	2,2	M_A	23	8,0	5,0	10,0	1,4	R_A
9	13,0	–	10,0	2,4	X_A	24	11,0	4,0	5,0	1,3	M_A
10	14,0	–	12,0	2,6	R_A	25	14,0	6,0	7,0	1,2	R_B
11	15,0	5,0	14,0	2,8	R_D	26	12,0	8,0	9,0	1,1	R_B
12	12,0	4,0	16,0	3,0	R_B	27	10,0	7,0	11,0	1,0	X_A
13	9,0	6,0	18,0	3,2	R_A	28	8,0	9,0	13,0	1,2	R_A
14	6,0	–	20,0	3,4	M_A	29	6,0	10,0	15,0	1,4	M_A
15	5,0	8,0	22,0	3,6	M_B	30	10,0	12,0	17,0	1,6	M_B

Рассмотрим систему уравновешивающихся сил, приложенных ко всей конструкции (рис. 21). Составим уравнение моментов сил относительно точки B. Для упрощения вычисления момента силы $\vec{P}_1$ разложим ее на вертикальную и горизонтальную составляющие: $P_1' = P_1 \cos 60° = 2{,}5$ кН; $P_1'' = P_1 \sin 60° = 4{,}33$ кН,

$$\sum M_{iB} = 0;\ P_1' \cdot 3 + P_1'' \cdot 8 - Q \cdot 1 - Y_A \cdot 5 + X_A \cdot 1 - M +$$

$$+ P_2 \sqrt{1{,}0^2 + 1{,}5^2} = 0, \qquad (1)$$

где $Q = q \cdot 4 = 2 \cdot 4 = 8$ кН.

После подстановки данных и вычислений уравнение (1) получает вид

$$X_A - 5Y_A = -24{,}74 \text{ кН}. \qquad (1')$$

Второе уравнение с неизвестными X_A и Y_A получим, рассмотрев систему уравновешивающихся сил, приложенных к части конструкции, расположенной левее шарнира C (рис. 22):

$$\sum M_{iC} = 0;\ P_1'' \cdot 6 + Q \cdot 2 + X_A \cdot 4 - Y_A \cdot 3 = 0,$$

или после вычислений

$$4X_A - 3Y_A = -41{,}98 \text{ кН}. \qquad (2)$$

Решая систему уравнений (1′) и (2), находим:

$$X_A = -7{,}97 \text{ кН}, \qquad Y_A = 3{,}36 \text{ кН}.$$

Таблица 6

Номер варианта	Вид скользящей заделки	Номер варианта	Вид скользящей заделки	Номер варианта	Вид скользящей заделки
1, 2, 3		14		23	
4		15		24	
5		16		25	
6, 7, 8		17		26	
9		18		27	
10		19		28	
11		20		29	
12		21		30	
13		22			

Модуль реакции опоры A при шарнирном соединении в точке C равен

$$R'_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{7{,}97^2 + 3{,}36^2} = \sqrt{74{,}81} = 8{,}65 \text{ кН}.$$

2. *Расчетная схема при соединении частей конструкции в точке C скользящей заделкой показана на рис.* 23. Системы сил, показанных

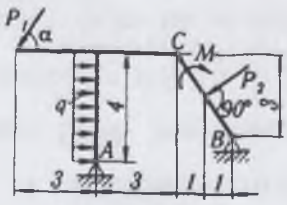


Рис. 20

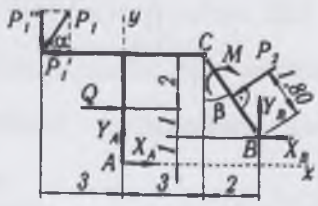


Рис. 21

на рис. 21 и 23, ничем друг от друга не отличаются. Поэтому уравнение (1′) остается в силе. Для получения второго уравнения

рассмотрим систему уравновешивающихся сил, приложенных к части конструкции, расположенной левее скользящей заделки C (рис. 24, *а*).

Составим уравнение равновесия:

$$\sum X_i = 0;\ X_A + Q - P_1' = 0, \qquad (3)$$

откуда

$$X_A = -5{,}50 \text{ кН},$$

и из уравнения (1′) находим

$$Y_A = 3{,}85 \text{ кН}.$$

Следовательно, модуль реакции опоры A при скользящей заделке в C равен

$$R_A'' = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{5{,}50^2 + 3{,}85^2} = \sqrt{45{,}07} = 6{,}71 \text{ кН}.$$

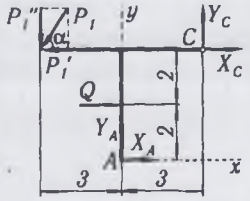


Рис. 22

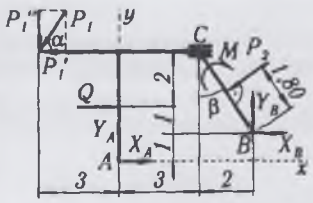


Рис. 23

Итак, при соединении в точке C скользящей заделкой модуль реакции опоры A меньше, чем при шарнирном соединении ($\approx$ на 22%). Найдем составляющие реакции опоры B и скользящей заделки.

Для левой от C части (рис. 24, *а*)

$$\sum Y_i = 0;\ -P_1'' + Y_A + Y_C = 0, \qquad (4)$$

откуда

$$Y_C = P_1'' - Y_A = 0{,}48 \text{ кН}.$$

Составляющие реакции опоры B и момент в скользящей заделке найдем из уравнений равновесия, составленных для правой от C части конструкции (рис. 24, *б*):

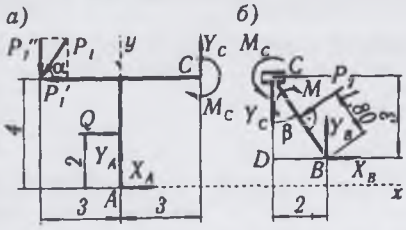


Рис. 24

$$\sum M_{iB} = 0; \qquad M_C + Y_C \cdot 2 - M + P_2 \cdot 1{,}80 = 0, \qquad (5)$$

$$\sum X_i = 0; \qquad -P_2 \cos\beta + X_B = 0, \qquad (6)$$

$$\sum Y_i = 0; \qquad -Y_C + Y_B - P_2 \sin\beta = 0. \qquad (7)$$

Из прямоугольного треугольника BCD

$$\sin\beta = BD/BC = 2{,}0/\sqrt{2^2 + 3^2} = 2{,}0/3{,}61 = 0{,}555;$$
$$\cos\beta = CD/BC = 3{,}0/3{,}61 = 0{,}832.$$

Решая уравнения (5)—(7) относительно M_C, X_B, Y_B, получим:

$$M_C = 8{,}44 \text{ кН} \cdot \text{м}; \qquad X_B = 5{,}82 \text{ кН}; \qquad Y_B = 4{,}37 \text{ кН}.$$

Для проверки правильности определения реакций убедимся, что соблюдается не использованное ранее уравнение равновесия для сил, приложенных ко всей конструкции (см. рис. 21), например

$$\sum M_{iA} = P_1' \cdot 4 + P_1'' \cdot 3 - Q \cdot 2 - M - P_2 \sin\beta \cdot 4 + P_2 \cos\beta \cdot 2{,}5 - X_B \cdot 1 +$$
$$+ Y_B \cdot 5 = 2{,}5 \cdot 4 + 4{,}33 \cdot 3 - 8 \cdot 2 - 22 - 7 \cdot 0{,}555 \cdot 4 + 7 \cdot 0{,}832 \cdot 2{,}5 -$$
$$-5{,}82 \cdot 1 + 4{,}37 \cdot 5 = 59{,}40 - 59{,}36 \approx 0.$$

Результаты расчетов приведены в табл. 7.

Таблица 7

	Силы, кН						Момент, кН · м
	X_A	Y_A	R_A	Y_C	X_B	Y_B	M_C
Для схемы на рис. 20	−7,97	3,36	8,65	–	–	–	–
Для схемы на рис. 23	−5,50	3,85	6,71	±0,48	5,82	4,37	±8,44