

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. С.М.НИКОЛЬСКОГО

РАСЧЕТНО – ГРАФИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ

(МОДУЛЬ 2 – ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ)

Составитель - Солиев Ю.С.

МОСКВА - 2020

Задача 1. Найти частный интеграл или частное решение дифференциального уравнения (решить задачу Коши):

1. $y'' = 8 - 12x^2$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 7$.
2. $y'' = 1 + 1/x^2$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$.
3. $y'' = \sin x - x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.
4. $y'' = 8e^{2x}$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 2$.
5. $y'' = 4\cos 2x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 4$.
6. $y'' = x + 2/x^3$, $y(1) = 0$, $y'(1) = -1$.
7. $y'' = -36x$, $y(-1) = 4$, $y'(-1) = 8$.
8. $y'' = x^2 + 1/x^2$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$.
9. $y'' = \sin x - x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.
10. $y'' = 18e^{-3x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$.
11. $y'' = 2\sin^2 x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 4$.
12. $y'' = 24x^2 - 12x$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 2$.
13. $y'' = 1 + 16e^{2x}$, $y(0) = 10$, $y'(0) = 5$.
14. $y'' = x - e^x$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 4$.
15. $y'' = 30\sqrt{1+x}$, $y(3) = 1$, $y'(3) = 2$.
16. $y'' = 36x^2 + 8$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 6$.
17. $y'' = 4 - 24x^2$, $y(1) = 10$, $y'(1) = 14$.
18. $y'' = x^3 + 6/x^4$, $y(1) = 5$, $y'(1) = 12$.
19. $y'' = 5 + 2/x^3$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$.
20. $y'' = 4\cos^2 x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 4$.

Задача 2. Найти общий интеграл или общее решение дифференциального уравнения:

1. $y' - xy'' = x^2(1 + y'')$
2. $(1 + x^2)y'' - 2xy' = (1 + x^2)^2$.
3. $(1 + x^2)y'' - 2xy' = 0$.
4. $y''\operatorname{tg}x - y' = 1$.
5. $x^3y'' + x^2y' = \sqrt{x}$.
6. $(1 - x^2)y'' - 2xy' = 2$.
7. $y''\operatorname{tg}x - y' = 0$.
8. $xy'' + 2y' = x^4$.

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------------|
| 9. $xy'' - y' = x^2$. | 10. $xy'' + y' = -x$. |
| 11. $x^3 y'' + x^2 y' = 1$. | 12. $xy'' + y' = x$. |
| 13. $x^2 y'' - 2xy' = -3$. | 14. $(1+x)y'' - y' = -4$. |
| 15. $(1+x)y'' - y' = -1$. | 16. $xy'' - y' = 1$. |
| 17. $x^2 y'' + xy' = 1$. | 18. $xy'' + y' = 0$. |
| 19. $x^2 y'' - xy' = 3x^2 - 2$. | 20. $(1+x^2)y'' + 2xy' = 2x(1+x^2)$. |

Задача 3. Найти частный интеграл или частное решение дифференциального уравнения (решить задачу Коши):

- $y'' = 1 - (y')^2, y(0) = 0, y'(0) = 2$.
- $y'' = \sqrt{1 + (y')^2}, y(0) = 2, y'(0) = 2$.
- $3y'y'' = 2y, y(0) = 1, y'(0) = 1$.
- $y'' = e^{2y}, y(0) = 0, y'(0) = 1$.
- $y'' = 2\sin^3 \cos y, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 1$.
- $3y'' = \sqrt{1 + (y')^2}^3, y(0) = 2, y'(0) = 2$.
- $3y'' = 2\sqrt{y'}, y(0) = 1, y'(0) = 1$.
- $y'' = yy', y(1) = 2, y'(1) = 0,5$.
- $y'' + 2\sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$.
- $y'' = y' \cos y, y(0) = \frac{\pi}{2}, y'(0) = 1$.
- $y'' y^3 = -36, y(0) = 3, y'(0) = 2$.
- $yy'' = -(y')^3 - (y')^2, y(3) = 3, y'(3) = 0,5$.
- $y^2 y'' = (y')^3, y(0) = 1, y'(0) = 1$.
- $y'' = \sqrt{1 - (y')^2}, y(0) = 2, y'(0) = 1$.
- $y'y'' = 2y^2 + 1,5(y')^2, y(0) = 1, y'(0) = 1$.
- $y'' = y'(1+y'), y(-1) = 1, y'(-1) = e - 1$.
- $yy'' + (y')^2 + 1 = 0, y(1) = 1, y'(1) = 0$.
- $y'' = 8y^3, y(0) = 1, y'(0) = 2$.
- $y'' y^3 + 1 = 0, y(1) = -1, y'(1) = -1$.
- $4y'' y^3 = y^4 - 16, y(0) = 2\sqrt{2}, y'(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Задача 4. Найти общий интеграл или общее решение дифференциального уравнения:

- $y''' x \ln x = y''$.
- $xy''' = 1 - y''$.

3. $2xy''' = y''$.

5. $xy''' + 2y'' = 1$.

7. $x^3y''' + x^2y'' = 1$.

9. $y''' \operatorname{tg} x - 2y'' = 0$.

11. $xy''' + 2y'' = 0$.

13. $x^5y''' + x^4y'' = 1$.

15. $xy''' - y'' + \frac{1}{x} = 0$.

17. $(2 - \cos x)y''' - y'' \sin x = 0$.

19. $y''' \operatorname{tg} x = y'' + 1$.

4. $xy''' = x + 1 - y''$.

6. $xy''' = 2y''$.

8. $y''' \operatorname{ctg} 2x + 2y'' = 0$.

10. $(1 + x^2)y''' + 2xy'' = 0$.

12. $(1 + \cos x)y''' + y'' \sin x = 0$.

14. $x^5y''' - x^4y'' = 1$.

16. $xy''' + y'' + x = 0$.

18. $xy''' + y'' = \sqrt{x}$.

20. $y''' \operatorname{tg} 5x = 5y''$.

Задача 5. Найти фундаментальную систему решений уравнения:

1. $y''' + 5y'' + 12y' + 8y = 0$.

3. $y''' - 3y'' + 7y' - 5y = 0$.

5. $y''' - 5y'' + 12y' - 8y = 0$.

7. $y''' - 3y'' + 4y' + 8y = 0$.

9. $y''' + y'' + 3y' - 5y = 0$.

11. $y''' + 3y'' + y' - 5y = 0$.

13. $y''' - 3y'' + 4y' - 2y = 0$.

15. $y''' + y'' - 2y = 0$.

17. $y''' - 2y' - 4y = 0$.

19. $y''' + y' - 10y = 0$.

21. $y''' + 2y'' - 3y' - 10y = 0$.

23. $y''' + 2y'' - 16y = 0$.

25. $y''' + 4y'' + 6y' + 4y = 0$.

27. $y''' + 4y'' + 9y' + 10y = 0$.

29. $y''' + 6y'' + 13y' + 10y = 0$.

2. $y''' + 5y'' + 9y' + 5y = 0$.

4. $y''' - 5y'' + 9y' - 5y = 0$.

6. $y''' - y'' + 3y' + 5y = 0$.

8. $y''' - 3y'' + y' + 5y = 0$.

10. $y''' + 3y'' + 4y' - 8y = 0$.

12. $y''' + 3y'' + 7y' + 5y = 0$.

14. $y''' - y'' + 2y = 0$.

16. $y''' - 4y'' + 6y' - 4y = 0$.

18. $y''' - 4y'' + 9y' - 10y = 0$.

20. $y''' - 6y'' + 13y' - 10y = 0$.

22. $y''' - 6y'' + 16y' - 16y = 0$.

24. $y''' - 2y' + 4y = 0$.

26. $y''' + y' + 10y = 0$.

28. $y''' + 3y'' + 4y' + 2y = 0$.

30. $y''' - 2y'' + 16y = 0$.

Задача 6. Найти общее решение дифференциального уравнения:

1. $y'' - 4y' + 4y = e^{-x}(x - 2)$.

2. $y'' - 2y' + y = (x - 4)e^{-x}$.

3. $y'' - 6y' + 9y = e^{-x}(12x - 7)$.

4. $y'' + 2y' + y = 5xe^x$.

5. $y'' + 6y' + 9y = e^x(x+2)$.

6. $y'' + 2y' + y = xe^x$.

7. $y'' + 4y' + 4y = e^x(1-x)$.

8. $y'' - 2y' + y = e^{-x}(2x-2)$.

9. $y'' - 8y' + 16y = e^{2x}(2x+1)$.

10. $y'' + 2y' + y = e^x(x-6)$.

11. $y'' - 2y' + y = e^{2x}(x-1)$.

12. $y'' + 8y' + 16y = e^{-x}(x+3)$.

13. $y'' + 4y' + 4y = e^x(x+1)$.

14. $y'' - 6y' + 9y = xe^{4x}$.

15. $y'' + 8y' + 16y = e^{-x}(1-x)$.

16. $y'' + 6y' + 9y = e^x(8-x)$.

17. $y'' - 6y' + 9y = xe^x$.

18. $y'' + 2y' + y = (x-1)e^x$.

19. $y'' - 2y' + y = e^{-x}(x+5)$.

20. $y'' + 4y' + 4y = (x-1)e^{2x}$.

Задача 7. Найти общее решение дифференциального уравнения:

1. $y'' - 4y' = -4x + 3$.

2. $y'' - 2y' = -x$.

3. $y'' - 6y' = 6x$.

4. $y'' + 2y' = -5x + 3$.

5. $y'' + 6y' = 12x$.

6. $y'' + 2y' = 14x$.

7. $y'' + 4y' = 4x - 4$.

8. $y'' - 2y' = -2x - 2$.

9. $y'' - 8y' = 40x - 6$.

10. $y'' + 2y' = 2x - 2$.

11. $y'' - 2y' = -2x - 8$.

12. $y'' + 8y' = -64x$.

13. $y'' + 4y' = 8x - 2$.

14. $y'' - 6y' = -36x + 18$.

15. $y'' + 8y' = 128x + 16$.

16. $y'' + 6y' = 72x + 36$.

17. $y'' - 6y' = -72x + 24$.

18. $y'' + 2y' = 12x + 18$.

19. $y'' - 2y' = 4x + 20$.

20. $y'' + 4y' = 16x + 8$.

Задача 8. Найти общее решение дифференциального уравнения:

1. $y'' - 8y' + 17y = 85\sin 2x$.

2. $y'' + 2y' + 2y = 3\sin x$.

3. $y'' + 9y = 4\cos x$.

4. $y'' - 4y' + 8y = 5\cos 2x$.

5. $y'' + 6y' + 18y = -15\sin 3x$.

6. $y'' - 2y' + 5y = -17\cos 2x$.

7. $y'' + 4y' + 5y = 4\sin x$.

8. $y'' - 2y' + 2y = 85\cos 3x$.

9. $y'' - 8y' + 20y = 32\sin 2x$.

10. $y'' + 2y' + 10y = 40\sin 4x$.

11. $y'' - 2y' + 2y = \sin x + \cos x$.

12. $y'' + 8y' + 20y = 16\cos 2x$.

13. $y'' + 4y' + 5y = 10\cos 3x$.

14. $y'' - 6y' + 10y = 24\sin 2x$.

$$15. y'' + 8y' + 17y = 64\sin x .$$

$$17. y'' - 6y' + 18y = 27\cos 3x .$$

$$19. y'' - 2y' + 5y = 52\sin 3x .$$

$$16. y'' + 6y' + 13y = 15\cos x .$$

$$18. y'' + 6y' + 10y = -26\cos x .$$

$$20. y'' + 16y = \sin x - 2\cos x .$$

Задача 9. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$1. y'' + 4y = \frac{5}{\cos 2x} .$$

$$3. y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{8 + x^2} .$$

$$5. y'' + 25y = \frac{3}{\sin 5x} .$$

$$7. y'' + 12y' + 36y = \frac{e^{-6x}}{\sqrt{1-x^2}} .$$

$$9. y'' + 16y = \frac{7}{\cos 4x} .$$

$$11. y'' - 4y' + 4y = \frac{e^{2x}}{16 + x^2} .$$

$$13. y'' + 49y = 3\operatorname{ctg} 7x .$$

$$15. y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x^4} .$$

$$17. y'' + 9y = 16\operatorname{tg} 3x .$$

$$19. y'' + 64y = \frac{18}{\sin 8x} .$$

$$2. y'' + y = 5\operatorname{tg} x .$$

$$4. y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2} .$$

$$6. y'' + 36y = 8\operatorname{ctg} 6x .$$

$$8. y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x^3} .$$

$$10. y'' + 4y = 8\operatorname{tg} 2x .$$

$$12. y'' + 49y = \frac{11}{\sin 7x} .$$

$$14. y'' - 14y' + 49y = \frac{e^{7x}}{\sqrt{16 + x^2}} .$$

$$16. y'' + 25y = \frac{15}{\cos 5x} .$$

$$18. y'' + 6y' + 9y = \frac{e^{-3x}}{9 - x^2} .$$

$$20. y'' + 64y = 5\operatorname{ctg} 8x .$$