

ФГОУ ВПО

Костромская Государственная Сельскохозяйственная Академия

Кафедра: «Детали машин»

Методическое пособие по курсу:
«МЕХАНИКА»

для студентов заочной формы обучения, по специальности:
электрификация и автоматизация сельского хозяйства.

Раздел: СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

**Тема: СЛОЖНОЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ.
РАСЧЕТ ВАЛА ПРИ СОВМЕСТНОМ ДЕЙСТВИИ ИЗГИБА И
КРУЧЕНИЯ ПО ГИПОТЕЗАМ ПРОЧНОСТИ**
и задания для контрольных работ

Составил: доцент, к.т.н. Комаров Н.В.

Кострома
2004

Для решения четвертого задания необходимо усвоить тему : "Гипотезы прочности и их применение", т.к. в задачах рассматриваются совместные действия изгиба и кручения и расчет производится с применением гипотез прочности .

Условие прочности в этом случае имеет вид $\sigma_{эк в} = \frac{M_{эк в}}{W_z} \leq [\sigma]$, где $M_{эк в}$ - так называемый эквивалентный момент.

По гипотезе наибольших касательных напряжений (III - гипотеза прочности)

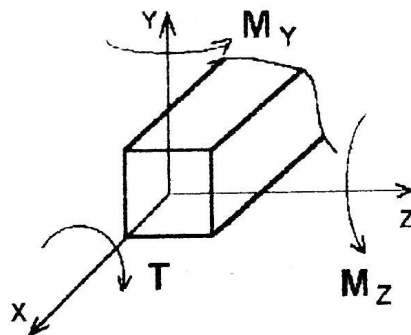
$$M_{эк в III} = \sqrt{M_n^2 + T_k^2}$$

По гипотезе потенциальной энергии формоизменения (V - гипотеза прочности)

$$M_{эк в V} = \sqrt{M_n^2 + 0.75 \cdot T_k^2}$$

В обеих формулах T - наибольший крутящий момент в поперечном сечении вала M_n - наибольший суммарный изгибающий момент , его числовое значение равно геометрической сумме изгибающих моментов , возникающих в данном сечении от вертикально и горизонтально действующих внешних сил , т.е.

$$M_n = \sqrt{M_z^2 + M_y^2} \text{ или } M_n^2 = M_z^2 + M_y^2$$



действующие Последовательность решения задачи :

1. Привести на вал нагрузки к его оси , освободить вал от опор , заменив их действия реакциями в вертикальных и горизонтальных плоскостях
2. По заданой мощности P и угловой скорости ω определить вращающие моменты действующие на вал .
3. Вычислить нагрузки F_t, F_{r1}, F_2, F_{r2} приложенные к валу .
4. Составить уравнения равновесия всех сил , действующих на вал , отдельно в вертикальной плоскости и отдельно в горизонтальной плоскости и определить реакции опор в обеих плоскостях .
5. Построить эпюру крутящих моментов
6. Построить эпюру изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях (эпюры M_z и M_y) .

7. Определить наибольшее значение эквивалентного момента :

$$M_{\text{эк в III}} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2 + T^2} \text{ или } M_{\text{эк в V}} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2 + 0.75 \cdot T^2}$$

8. Приняв $\sigma_{\text{эк в}} = [\sigma]$ определить требуемый осевой момент сопротивления

$$W_z = \frac{M_{\text{эк в}}}{[\sigma]}$$

9. Учитывая, что для бруса сплошного круглого сечения

$$W_z = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \approx 0.1 \cdot d^3 \text{ определяем диаметр его } d \text{ по следующей формуле :}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{\text{эк в}}}{\pi \cdot [\sigma]}} \approx \sqrt[3]{\frac{M_{\text{эк в}}}{0.1 \cdot [\sigma]}}$$

Пример: Для стального вала постоянного поперечного сечения с двумя зубчатыми колесами, передающего мощность $P = 15$ кВт при угловой скорости $\omega = 30$ рад/с, определить диаметр вала по двум вариантам :

а) Используя, III - гипотезу прочности

б) Используя, V - гипотезу прочности

Принять $[\sigma] = 160$ МПа $F_{r1} = 0.4 F_1$, $F_{r2} = 0.4 F_2$

1. Составляем расчетную схему вала: $T_1 = T_2$, где T_1 и T_2 - скручивающие пары, которые добавляются при параллельном переносе сил F_1 и F_2 на ось вала.

2. Определяем вращающий момент действующий на вал :

$$T_1 = T_2 = \frac{P}{\omega} = 0.5 \cdot 10^3 \text{ Нм} = 0.5 \text{ кНм}$$

3. Вычисляем нагрузку приложенную к валу :

$$F_1 = \frac{2 \cdot T_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 0.5 \cdot 10^3}{0.1} = 10^4 \text{ Н} = 10 \text{ кН}$$

$$F_2 = \frac{2 \cdot T_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 0.5 \cdot 10^3}{0.25} = 4 \cdot 10^3 \text{ Н} = 4 \text{ кН.}$$

$$F_{r1} = 0.4 \cdot 10^3 = 4 \text{ кН}$$

$$F_{r2} = 0.4 \cdot 4 = 1.6 \text{ кН}$$

4. Определяем реакции опор в вертикальной плоскости YOX (рис б)

$$\sum M_a = -F_{r1} \cdot AC - F_{r2} \cdot AD + R_{By} \cdot AB = 0$$

$$R_{By} = \frac{F_{r1} \cdot AC + F_{r2} \cdot AD}{AB} = \frac{4 \cdot 0.05 + 1.6 \cdot 0.25}{0.3} = 2 \text{ кН}$$

$$\sum M_b = -R_{Ay} \cdot AB + F_{r1} \cdot BC + F_{r2} \cdot DB = 0$$

$$R_{Ay} = \frac{F_{r1} \cdot BC + F_{r2} \cdot DB}{AB} = \frac{4 \cdot 0.25 + 1.6 \cdot 0.05}{0.3} = 3.6 \text{ кН}$$

Проверка:

$$\sum Y = R_{Ay} - F_{r1} - F_{r2} + R_{By} = 2 - 4 - 1.6 + 3.6 = 0$$

$\sum Y = 0$, следовательно R_{Ay} и R_{By} найдены правильно.

Определим реакции опор в горизонтальной плоскости XOZ (рис 6)

$$\sum M_A = F_1 \cdot AC - F_2 \cdot AD - R_{Bz} \cdot AB = 0$$

$$R_{Bz} = \frac{F_1 \cdot AC - F_2 \cdot AD}{AB} = \frac{10 \cdot 0.05 - 4 \cdot 0.25}{0.3} = -1.66 \text{ кН}$$

Знак минус указывает, что истинное направление реакции R_{Bz} противоположно выбранному (см. рис. 6)

$$\sum M_B = R_{Az} \cdot AB - F_1 \cdot CB + F_2 \cdot DB = 0$$

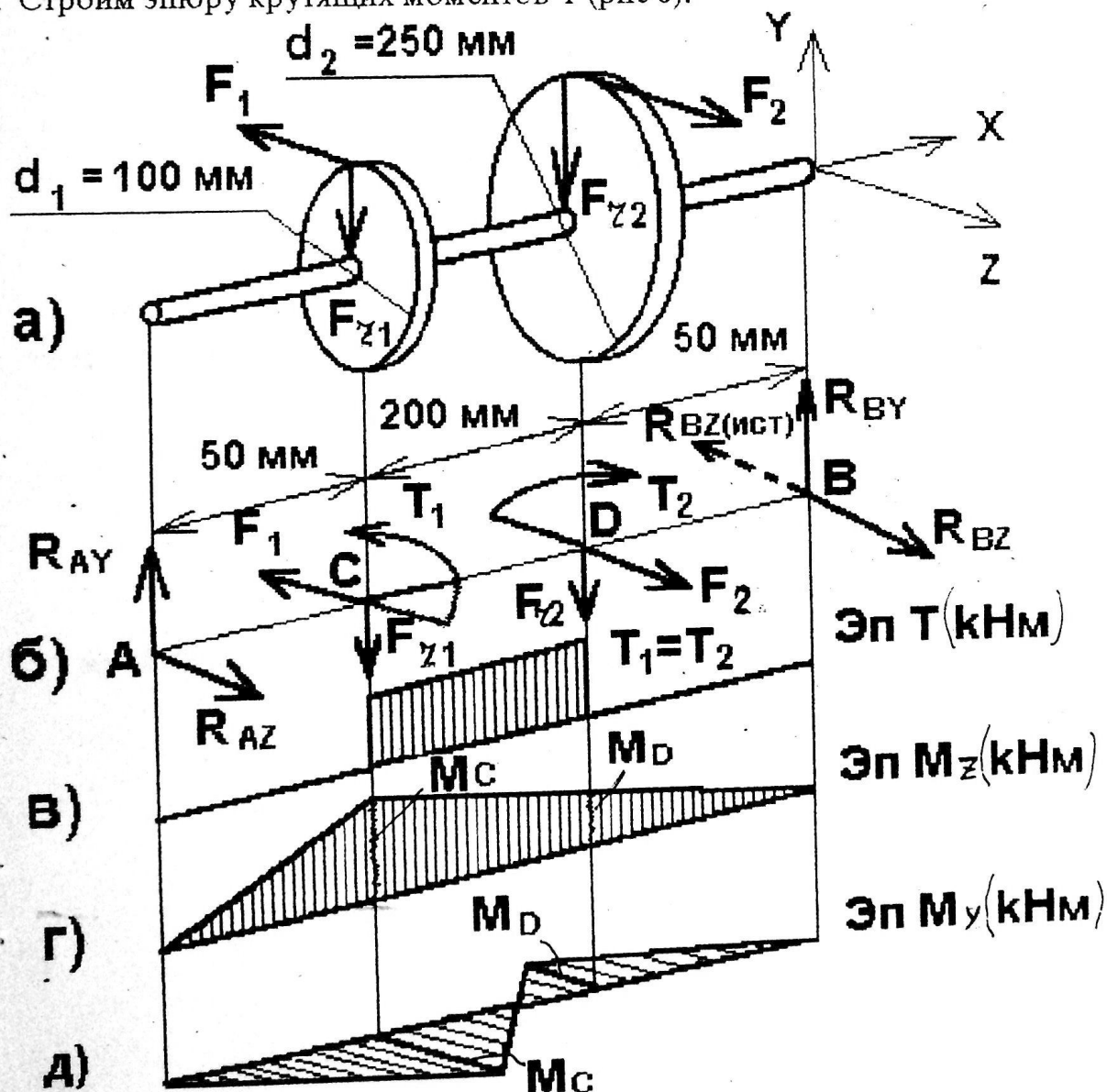
$$R_{Az} = \frac{F_1 \cdot CB - F_2 \cdot DB}{AB} = \frac{10 \cdot 0.25 - 4 \cdot 0.05}{0.3} = 7.66 \text{ кН}$$

Проверка:

$$\sum Z = R_{Az} - F_1 + F_2 - R_{Bz} = 7.66 - 10 + 4 - 1.66 = 0$$

$\sum Z = 0$, следовательно реакции R_{Az} и R_{Bz} найдены верно.

5. Строим эпюру крутящих моментов T (рис 6).



6. Определяем ординаты и строим эпюры изгибающих моментов M_z в вертикальной плоскости (рис г и д). и M_y - в горизонтальной плоскости

$$M_{Cz} = R_{Ay} \cdot AC = 3,6 \cdot 0,05 = 0,18 \text{ к Нм}$$

$$M_{Dz} = R_{Ay} \cdot AD - F_{r1} \cdot CD = 3,6 \cdot 0,25 - 4 \cdot 0,2 = 0,1 \text{ к Нм}$$

$$M_{Cy} = R_{Az} \cdot AC = 7,66 \cdot 0,05 = 0,383 \text{ к Нм}$$

$$M_{Dy} = R_{Az} \cdot AD - F_l \cdot CD = 7,66 \cdot 0,25 - 10 \cdot 0,2 = -0,085 \text{ к Нм}$$

7. Вычисляем наибольшее значение эквивалентного момента по заданным вариантам. Так как в данном примере значение суммарного изгибающего момента в сечении С больше, чем в сечении D, то сечение С и является опасным. Определяем наибольший суммарный изгибающий момент в сечении С.

$$M_{н_C} = \sqrt{M_{Cz}^2 + M_{Cy}^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2} = 0,423 \text{ к Нм}$$

$$(M_{н_D} = \sqrt{M_{Dz}^2 + M_{Dy}^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,085^2} = 0,13 \text{ к Нм})$$

Эквивалентный момент в сечении С по III и V гипотезе прочности

$$M_{эк_в\ III} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2 + T^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2 + 0,5^2} = \sqrt{0,429} = 0,655 \text{ к Нм}$$

$$M_{эк_в\ V} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2 + 0,75 \cdot T^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2 + 0,75 \cdot 0,5^2} = 0,605 \text{ к Нм}$$

8. Определяем требуемые размеры вала по вариантам III и V гипотез прочности.

$$d_{III} = \sqrt[3]{\frac{M_{эк_в\ III}}{0,1 \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{0,655 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 160 \cdot 10^6}} = 3,45 \cdot 10^{-2} (\text{м}) = 34,5 (\text{мм})$$

$$d_V = \sqrt[3]{\frac{M_{эк_в\ V}}{0,1 \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{0,605 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 160 \cdot 10^6}} = 3,36 \cdot 10^{-2} (\text{м}) = 33,6 (\text{мм})$$

Принимаем диаметр вала согласно стандартного ряда значений $d = 34 \text{ мм}$.

Из условия прочности рассчитать необходимый диаметр вала постоянного поперечного сечения, с двумя зубчатыми колёсами, передающего мощность P , при заданной угловой скорости.

Принять $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$, $F_{r1} = 0.4F_1$; $F_{r2} = 0.4F_2$ (Все размеры указаны на рисунках).

№ Задачи	Вариант	$P, \text{кВт}$	$\omega, \text{рад/с}$	№ Задачи	Вариант	$P, \text{кВт}$	$\omega, \text{рад/с}$
0	0	6	22	1	0	3	25
	1	8	36		1	8	48
	2	10	40		2	10	50
	3	9	30		3	12	40
	4	3	45		4	22	24
	5	20	50		5	20	60
	6	12	68		6	20	22
	7	5	20		7	9	36
	8	3	50		8	8	42
2	9	12	48		9	15	35
	0	10	30	3	0	5	40
	1	20	80		1	6	36
	2	15	45		2	7	35
	3	12	38		3	12	24
	4	14	18		4	15	15
	5	8	42		5	12	32
	6	10	45		6	9	42
	7	18	22		7	10	45
	8	25	40		8	7	21
4	9	5	42		9	20	36
	0	5	18	5	0	20	45
	1	10	18		1	19	38
	2	12	30		2	21	15
	3	24	30		3	18	26
	4	6	24		4	15	18
	5	12	52		5	16	50
	6	3	15		6	8	30
	7	15	45		7	7	20
	8	19	50		8	10	24
6	9	20	25		9	13	48
	0	4	35	7	0	16	40
	1	20	15		1	30	50
	2	18	20		2	28	42
	3	16	18		3	20	38
	4	30	24		4	15	20
	5	25	30		5	18	30
	6	22	28		6	22	30
	7	15	18		7	27	35
	8	8	42		8	24	28
	9	10	12		9	4	20

№ Задачи	Вариант	P,кВт	ω ,рад/с
8	0	12	38
	1	15	42
	2	10	32
	3	20	50
	4	23	18
	5	14	24
	6	16	20
	7	24	15
	8	26	25
	9	6	48

№ Задачи	Вариант	P,кВт	ω ,рад/с
9	0	40	70
	1	30	50
	2	32	38
	3	25	42
	4	12	32
	5	28	34
	6	20	35
	7	10	20
	8	14	30
	9	35	40

