

---

# Термодинамика и теплопередача

лектор

Зиякаев Григорий Ракитович

---

# Лекция 17

## Содержание

- Нестационарная теплопроводность

# Основные понятия и определения

Процессы переноса теплоты за счет теплопроводности, когда температурное поле в теле меняется не только в пространстве, но и во времени, называют нестационарными.

Среди практических задач нестационарной теплопроводности большое значение имеют две группы процессов.

К первой группе относятся процессы, когда тело по истечении достаточно большого промежутка времени стремится к тепловому равновесию (в том числе и с окружающей средой), например: охлаждение или пуск турбины, парогенератора и т. д.

Ко второй группе относятся процессы, когда температура тела:

1) претерпевает периодические изменения или 2) стремится к некоторому установившемуся состоянию. Примером первого случая является процесс регенератора, насадка которого то нагревается дымовыми газами, то охлаждается воздухом.

# Тела неограниченных размеров

Все тела можно разделить на 2 группы: **тела неограниченных размеров** и **тела конечных размеров**.

К первой группе относят:

**неограниченную пластину, неограниченный цилиндр и шар.**

Пластину (цилиндр) считают неограниченной, если ее толщина  $2\delta$ , где  $\delta$  – половина толщины (радиус), мала по сравнению с длиной  $L$  и шириной  $H$  ( $2\delta/L < 10$ ,  $2\delta/H < 10$ ).

Такое деление оправдывается тем, что для тел неограниченных размеров имеются аналитические решения об изменении температуры  $t$ , °С, во времени для любой точки тела.

Задача расчета изменения  $t$  во времени в любой точке тела конечных размеров решается на основании расчета температурного поля тел неограниченных размеров.

# Критерии подобия

Основные числа (критерии) подобия:

1. Число Био

$$Bi = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}$$

2. Число Фурье

$$Fo = \frac{a \cdot \tau}{l^2}$$

где

$\alpha$  - коэффициент теплоотдачи, Вт/(м<sup>2</sup>·К);

$\lambda$  - теплопроводность тела, Вт/(м·К);

$\tau$  - время процесса, с;

$l$  – определяющий размер тела (для пластины при двустороннем симметричном теплообмене – **половина** толщины пластины,  $l = \delta$ ; для цилиндра и шара - радиус,  $l = R$ ;

$a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$  – температуропроводность тела, м<sup>2</sup>/с;

$c$  – массовая теплоемкость материала, Дж/(кг·К);

$\rho$  – плотность материала, кг/м<sup>3</sup>.

# Критерии подобия

Случай  $Bi \rightarrow 0$  соответствует процессам теплопроводности в телах с высоким значением  $\lambda$ .

$Bi \rightarrow \infty$  – интенсивным процессам охлаждения/нагревания ( $\alpha \rightarrow \infty$ );

$Fo = 0$  соответствует началу нагревания (охлаждения).

При  $Fo \rightarrow \infty$  тело стремится к тепловому равновесию.

# Безразмерная температура

Задачи для нестационарного режима решаются при помощи **безразмерной температуры**

$$\Theta = \frac{t - t_{жс}}{t_0 - t_{жс}}$$

Здесь  $t$  – искомое значение температуры, °С;

$t_{жс}$  – температура окружающей среды, °С;

$t_0$  – начальная температура тела, °С;

$\Theta = 1$  соответствует началу нагрева (охлаждения) тела.

В условиях теплового равновесия  $\Theta = 0$ .

# Безразмерная температура

Для центра и поверхности неограниченного тела  $\Theta$  есть функция  $Bi$  и  $Fo$ , т. е.

$$\Theta_u = f(Bi, Fo)$$

$$\Theta_n = \Psi(Bi, Fo)$$

Для разных геометрий тел (пластина, цилиндр, шар) эти зависимости представлены в виде номограмм.

Применение этих графиков существенно облегчает расчет температур в центре и на поверхности неограниченных тел. По этим графикам, зная числа  $Fo$  и  $Bi$ , определяется безразмерная температура  $\Theta$ .

После этого, искомая размерная температура определяется как

$$t = t_{жс} + \Theta \cdot (t_0 - t_{жс})$$

# Тела конечных размеров

## **Температурное поле тел конечных размеров**

Тела конечных размеров можно представить как результат пересечения каких-то неограниченных тел.

Например, цилиндр длиной  $2h$  и диаметром  $2R$  можно рассматривать как тело, образованное пересечением неограниченной пластины толщиной  $2h$  и неограниченного цилиндра диаметром  $2R$  (рис. 1.4).

Брус размерами  $2C \times 2d$  можно представить как результат пересечения двух пластин толщиной  $2C$  и  $2d$  (рис. 1.5), а параллелепипед размерами  $2C \times 2d \times 2l$  – трех пластин толщиной  $2C$ ,  $2d$  и  $2l$ .

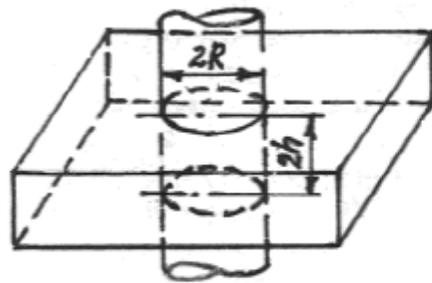


Рис. 1.4

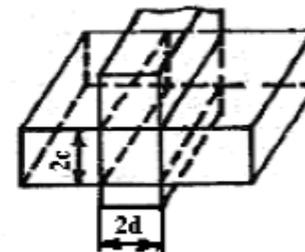


Рис. 1.5

# Тела конечных размеров

Безразмерная температура  $\Theta$  любой точки тела конечных размеров равна произведению безразмерных температур соответствующих точек тел неограниченных размеров, пересечением которых образовано данное тело.

Например:

- для цилиндра конечных размеров  $\Theta = \Theta_x \cdot \Theta_r$  ;
- для бруса  $\Theta = \Theta_x \cdot \Theta_y$  ;
- для параллелепипеда  $\Theta = \Theta_x \cdot \Theta_y \cdot \Theta_z$  ,

где  $\Theta_r$  ,  $\Theta_x$  ,  $\Theta_y$  ,  $\Theta_z$  – безразмерные температуры соответствующих точек тел неограниченных размеров.

# Расчет теплоты

Количество теплоты, отданное (воспринятое) телом в процессе охлаждения (нагрева), рассчитывается по формуле

$$Q = Q_n \cdot (1 - \bar{\Theta})$$

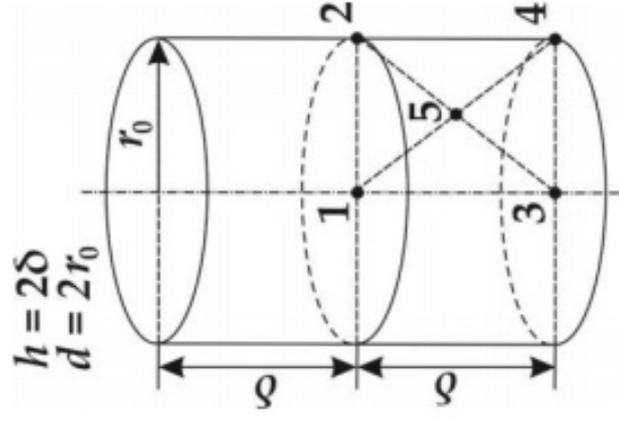
где  $Q_n$  – количество теплоты, отданное (воспринятое) телом за период полного его охлаждения/нагревания, численно равное

$$Q_n = V \cdot c \cdot \rho (t_0 - t_{жс}), \text{ Дж}$$

$\bar{\Theta}$  – средняя безразмерная температура тела;

Для тел конечных размеров средняя безразмерная температура находится как произведение средних безразмерных температур неограниченных тел, пересечением которых образовано тело конечных размеров.

## Нестационарная теплопроводность ограниченного цилиндра

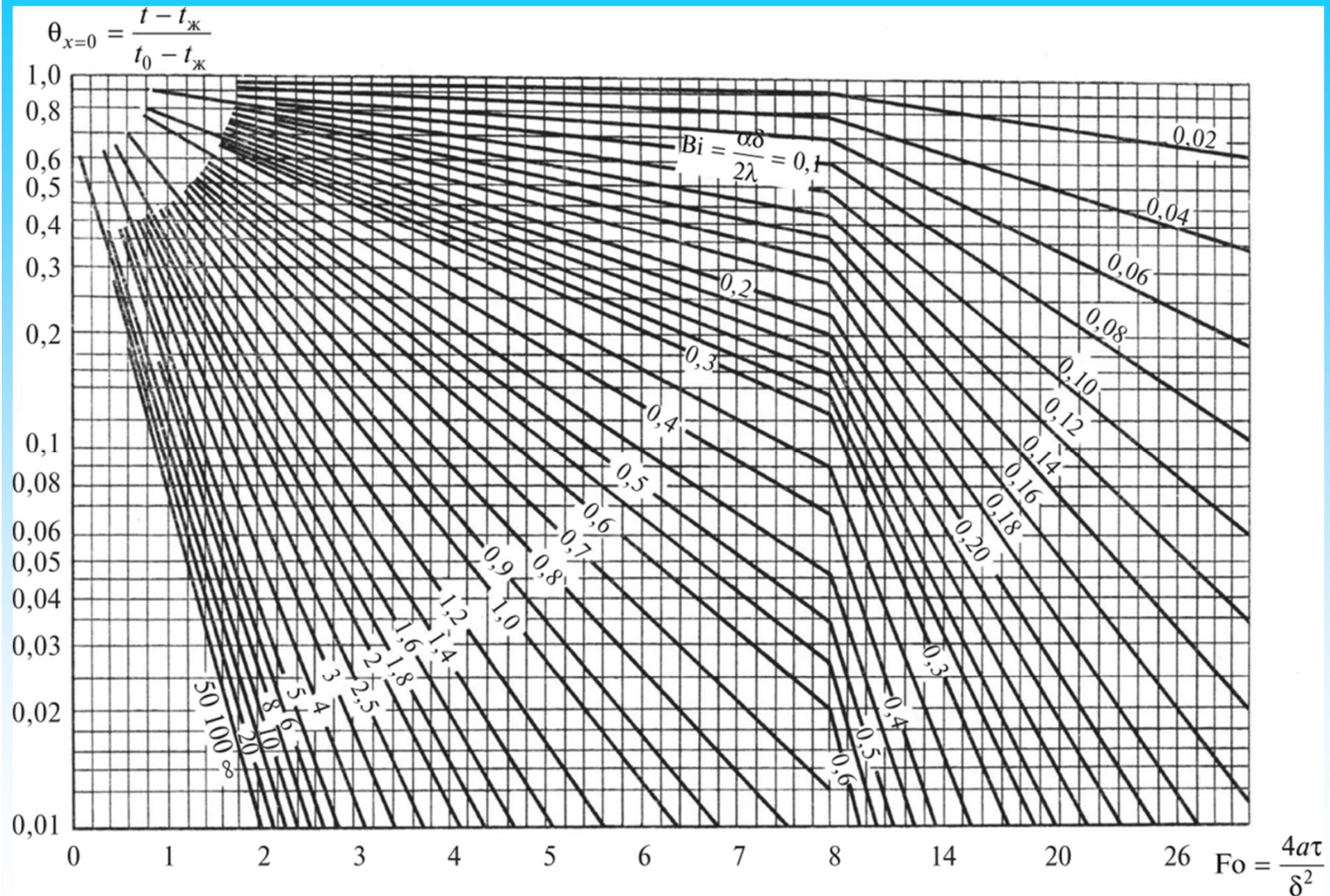


Цилиндр диаметром  $d$  высотой  $h$  с начальной температурой  $20^\circ\text{C}$  помещен в печь с температурой среды  $600^\circ\text{C}$ . Коэффициент теплоотдачи в процессе нагрева цилиндра  $\alpha = 150 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ }^\circ\text{C})$ .

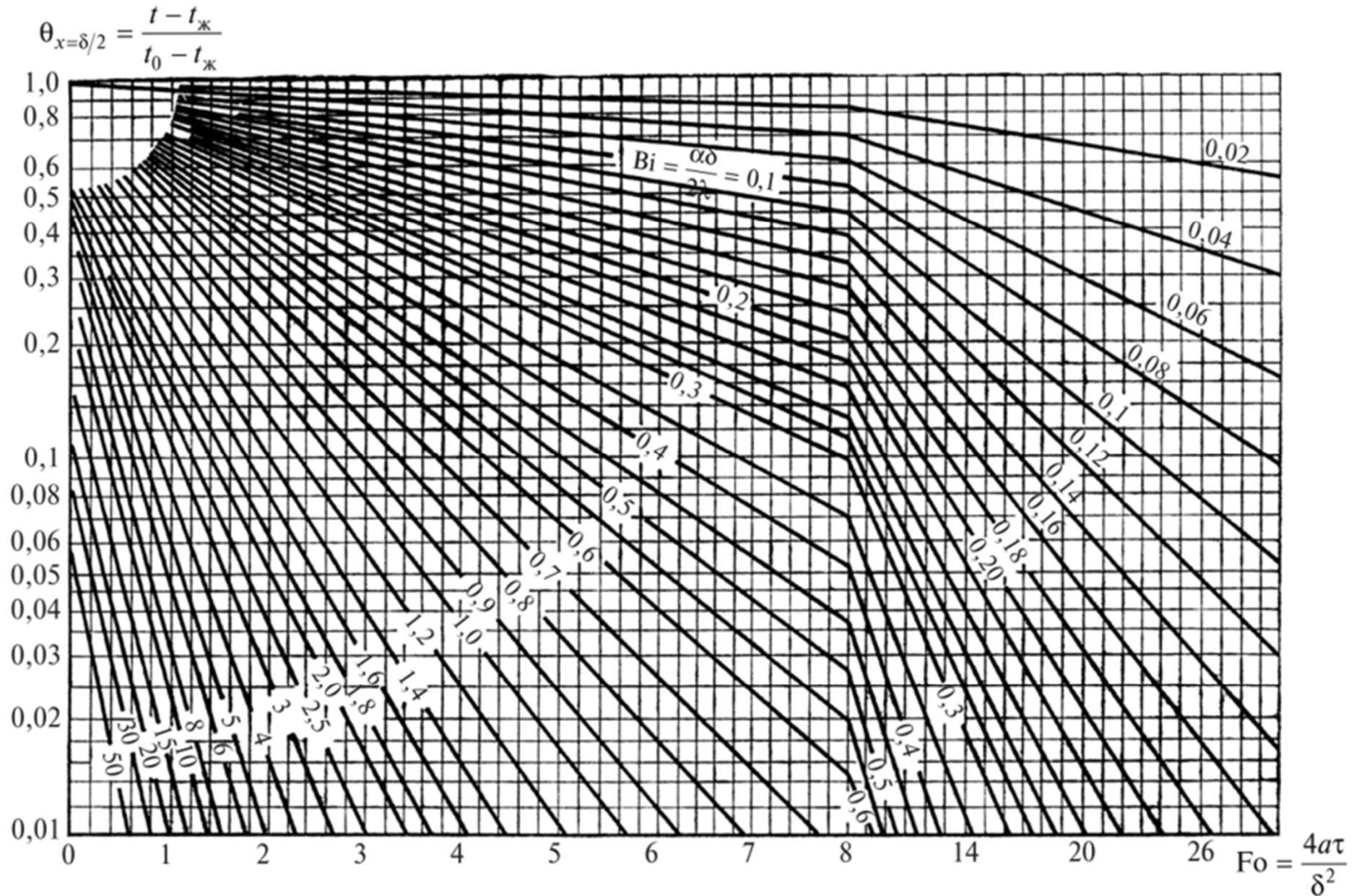
Рассчитать температуры  $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5$  и воспринятую цилиндром теплоту ( $Q_\tau, \text{ МДж}$ ) за время  $\tau$  после начала прогрева.

Дополнительные исходные данные для расчета взять из таблицы:

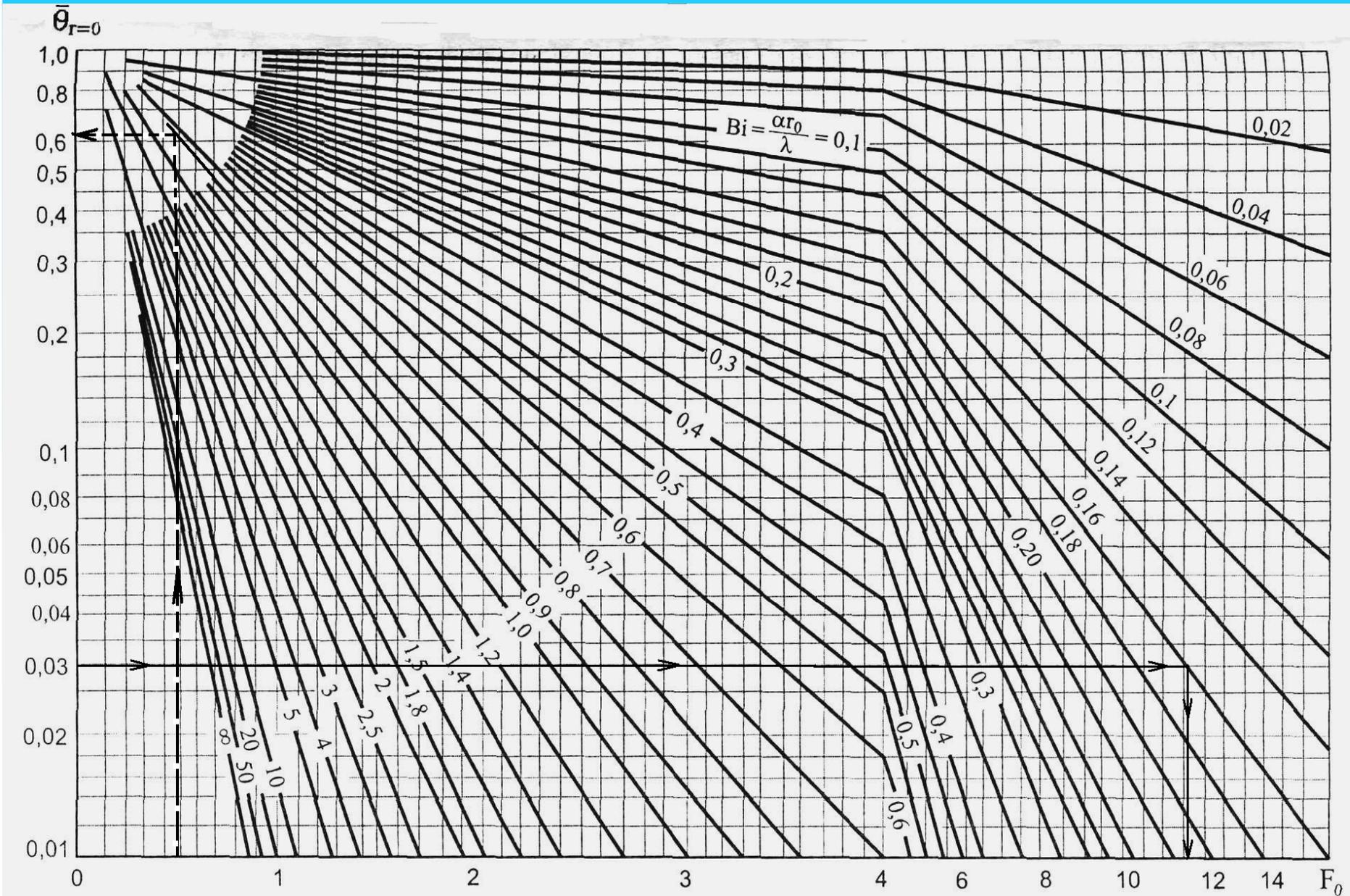
| № вар. | Материал цилиндра   | $d$ , мм | $h$ , мм | $\tau$ в мин. |
|--------|---|----------|----------|---------------|
| 1      | <b>Сталь</b><br>$\lambda = 45,4$ Вт/(м К)<br>$\rho = 7900$ кг/м <sup>3</sup><br>$c = 462$ Дж/(кг К)   | 212      | 363      | 36            |
| 2      |   | 182      | 333      | 24            |
| 3      |   | 169      | 303      | 18            |
| 4      |   | 242      | 424      | 24            |
| 5      |   | 272      | 484      | 30            |
| 6      |   | 157      | 272      | 36            |
| 7      | <b>Медь</b><br>$\lambda = 384$ Вт/(м К)<br>$\rho = 8800$ кг/м <sup>3</sup><br>$c = 381$ Дж/(кг К)     | 307      | 410      | 32            |
| 8      |   | 205      | 307      | 40            |
| 9      |   | 410      | 205      | 15            |
| 10     |   | 512      | 614      | 28            |
| 11     |   | 614      | 512      | 25            |
| 12     | <b>Бронза</b><br>$\lambda = 64$ Вт/(м К)<br>$\rho = 8000$ кг/м <sup>3</sup><br>$c = 381$ Дж/(кг К)    | 384      | 512      | 28            |
| 13     |   | 341      | 469      | 25            |
| 14     |   | 427      | 427      | 30            |
| 15     |   | 299      | 597      | 35            |
| 16     |   | 469      | 683      | 40            |
| 17     | <b>Чугун</b><br>$\lambda = 63$ Вт/(м К)<br>$\rho = 7220$ кг/м <sup>3</sup><br>$c = 504$ Дж/(кг К)     | 294      | 378      | 35            |
| 18     |   | 252      | 336      | 40            |
| 19     |   | 235      | 294      | 57            |
| 20     |   | 336      | 420      | 54            |
| 21     |   | 378      | 462      | 52            |
| 22     |   | 420      | 504      | 30            |
| 23     | <b>Алюминий</b><br>$\lambda = 204$ Вт/(м К)<br>$\rho = 2670$ кг/м <sup>3</sup><br>$c = 920$ Дж/(кг К) | 381      | 490      | 18            |
| 24     |   | 435      | 435      | 10            |
| 25     |   | 326      | 381      | 15            |
| 26     |   | 490      | 544      | 20            |



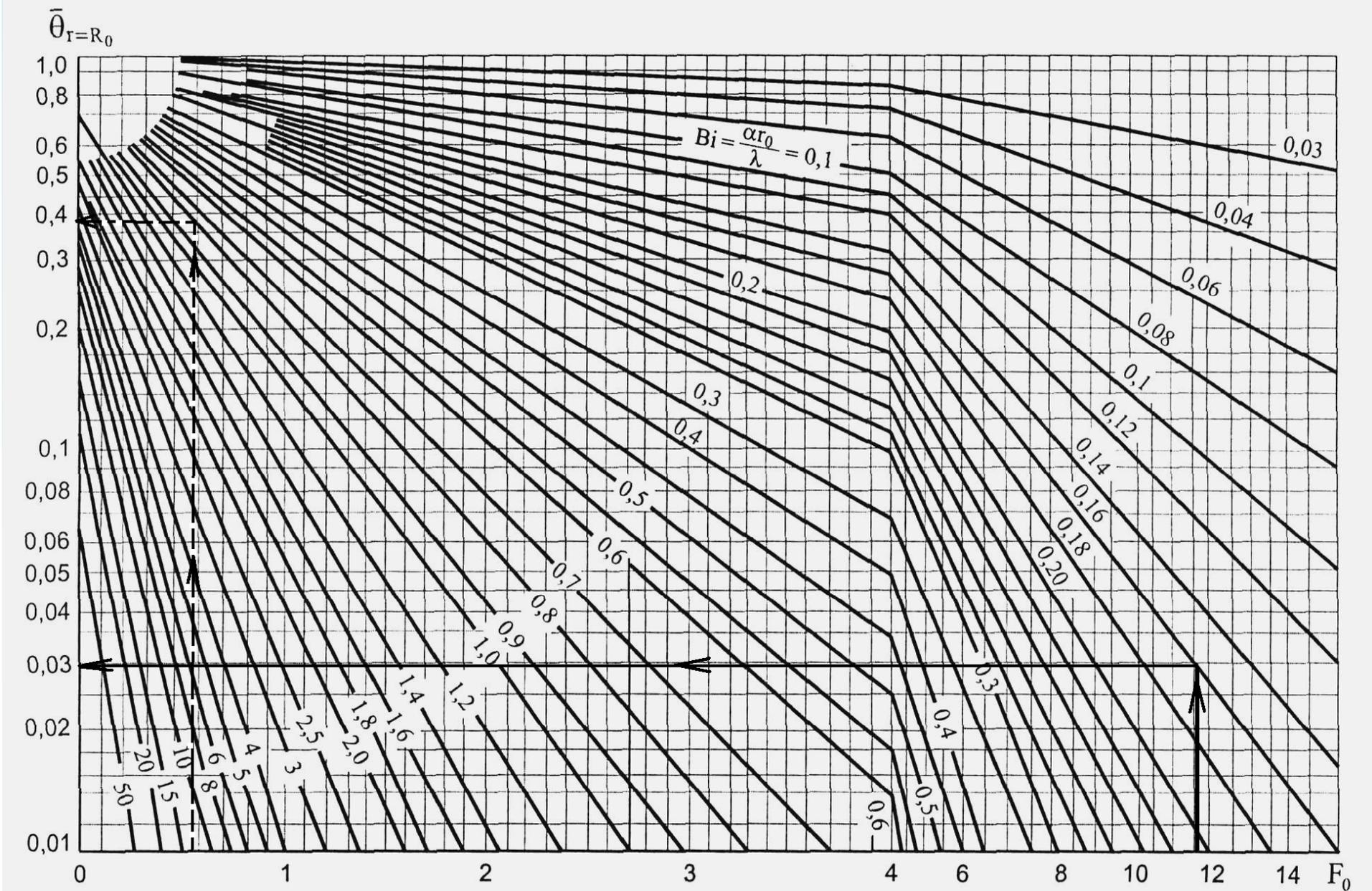
Зависимость безразмерной температуры на **середины тонкой пластины** от чисел Фурье и Био



Зависимость безразмерной температуры на поверхности тонкой пластины от чисел Фурье и Био



Зависимость безразмерной температуры на оси цилиндра от чисел Фурье и Био



Зависимость безразмерной температуры на поверхности цилиндра от чисел Фурье и Био