**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

**ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ**

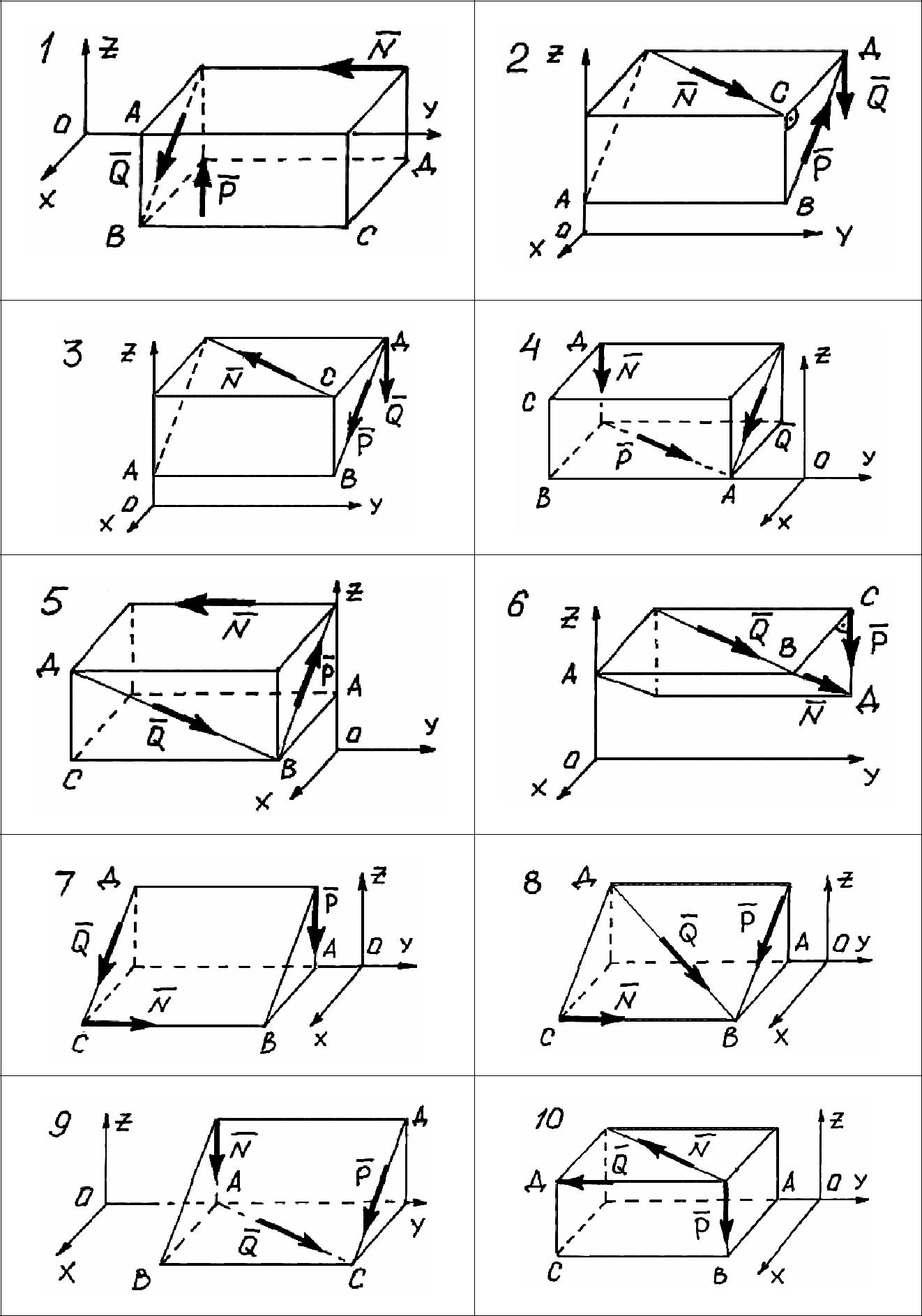
Контрольную работу выполнить на листах формата А4. Выполнить титульный лист. Записать условия задач, схемы и расписать решение.

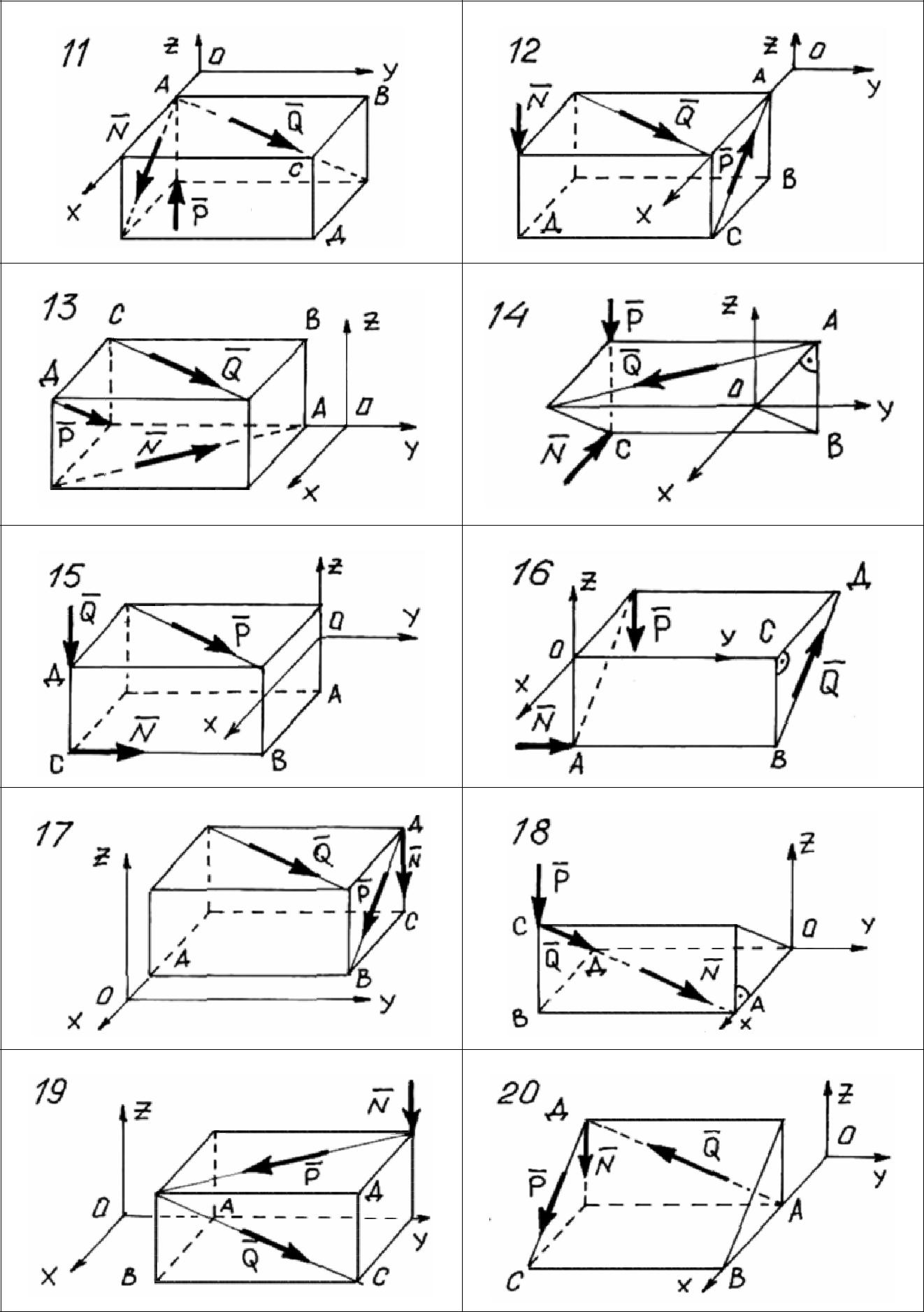
Номер варианта выбрать по списку из журнала.

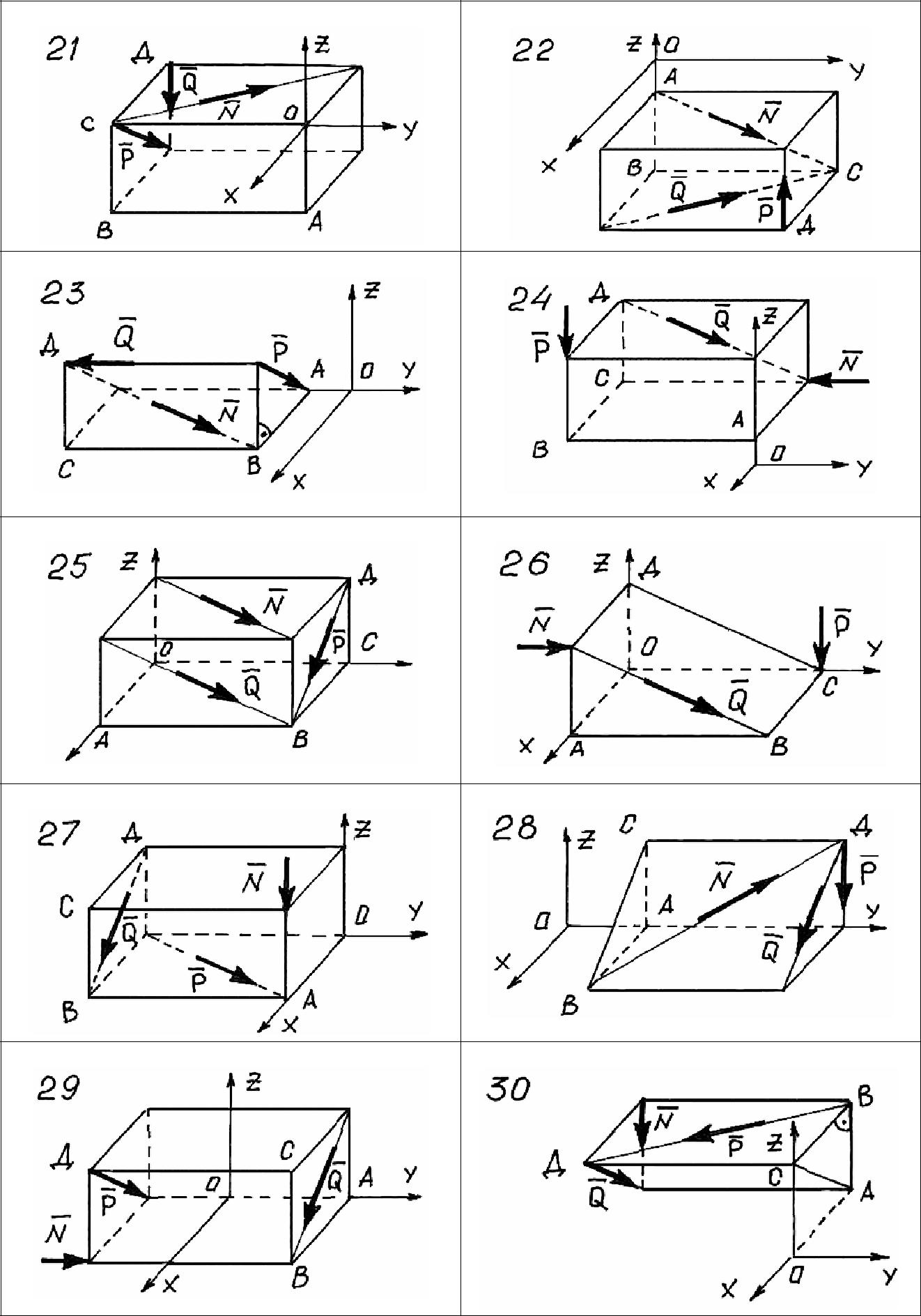
**СТАТИКА**

**Задача С.1. Главный вектор и главный момент системы сил**

На схемах показаны системы сил Q, P, N в прямоугольной системе координат и геометрические размеры.

В данной задаче требуется все силы привести в заданный центр точку *O*, а затем вычислить модуль главного вектора *R*′ и модуль главного момента *Mo* .





|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер | *N* | *P* | *Q* | *OA* | *AB* | *BC* | *CD* |  |
| вариан- |  |
| та | *кН* | *кН* | *кН* | *м* | *м* | *м* | *м* |  |
| 1 | *7* | *6* | *5* | *3* | *2* | *2* | *1* |  |
| 2 | *1* | *2* | *3* | *2* | *5* | *1,5* | *1,5* |  |
| 3 | *2* | *4* | *5* | *1* | *3* | *2* | *4* |  |
| 4 | *5* | *6* | *8* | *6* | *5* | *4* | *2* |  |
| 5 | *7* | *1* | *4* | *7* | *5* | *4* | *2* |  |
| 6 | *3* | *7* | *4* | *2* | *5* | *3* | *4* |  |
| 7 | *3* | *7* | *9* | *1* | *4* | *5* | *6* |  |
| 8 | *4* | *6* | *8* | *2* | *3* | *4* | *8* |  |
| 9 | *5* | *4* | *2* | *3* | *4* | *5* | *10* |  |
| 10 | *4* | *8* | *3* | *1* | *2* | *4* | *3* |  |
| 11 | *3* | *4* | *8* | *3* | *2* | *4* | *2* |  |
| 12 | *9* | *8* | *7* | *2* | *3* | *4* | *6* |  |
| 13 | *5* | *5* | *3* | *3* | *4* | *6* | *2* |  |
| 14 | *7* | *4* | *2* | *4* | *3* | *6* | *–* |  |
| 15 | *5* | *8* | *4* | *2* | *4* | *7* | *5* |  |
| 16 | *5* | *7* | *4* | *4* | *8* | *4* | *6* |  |
| 17 | *2* | *3* | *5* | *2* | *4* | *3* | *2* |  |
| 18 | *5* | *4* | *6* | *4* | *6* | *2* | *–* |  |
| 19 | *2* | *4* | *5* | *1* | *2* | *4* | *3* |  |
| 20 | *4* | *3* | *7* | *3* | *4* | *6* | *8* |  |
| 21 | *6* | *7* | *9* | *2* | *6* | *2* | *4* |  |
| 22 | *2* | *4* | *6* | *1* | *4* | *6* | *3* |  |
| 23 | *4* | *7* | *5* | *2* | *5* | *8* | *3* |  |
| 24 | *9* | *7* | *5* | *2* | *6* | *4* | *2* |  |
| 25 | *2* | *3* | *4* | *3* | *4* | *3* | *5* |  |
| 26 | *4* | *5* | *3* | *4* | *6* | *4* | *10* |  |
| 27 | *3* | *4* | *2* | *2* | *5* | *3* | *2* |  |
| 28 | *3* | *3* | *3* | *2* | *4* | *6* | *6* |  |
| 29 | *4* | *3* | *2* | *2* | *4* | *3* | *8* |  |
| 30 | *5* | *4* | *3* | *4* | *6* | *4* | *10* |  |

**Кинематика**

**Задача К.1. Определение скорости и ускорения точки по заданным уравнениям ее движения**

По заданным уравнениям движения точки М найти уравнение ее траектории, положение точки для момента времени to = 0 и t1, вычислить скорость, полное, касательное и нормальное ускорения, радиус кривизны траектории только для t1. Описать характер движения точки.

Необходимые для решения данные приведены в таблице. *Примечание.* 1.При выполнении задачи рисунки для скорости и ускорения точки делать отдельно.

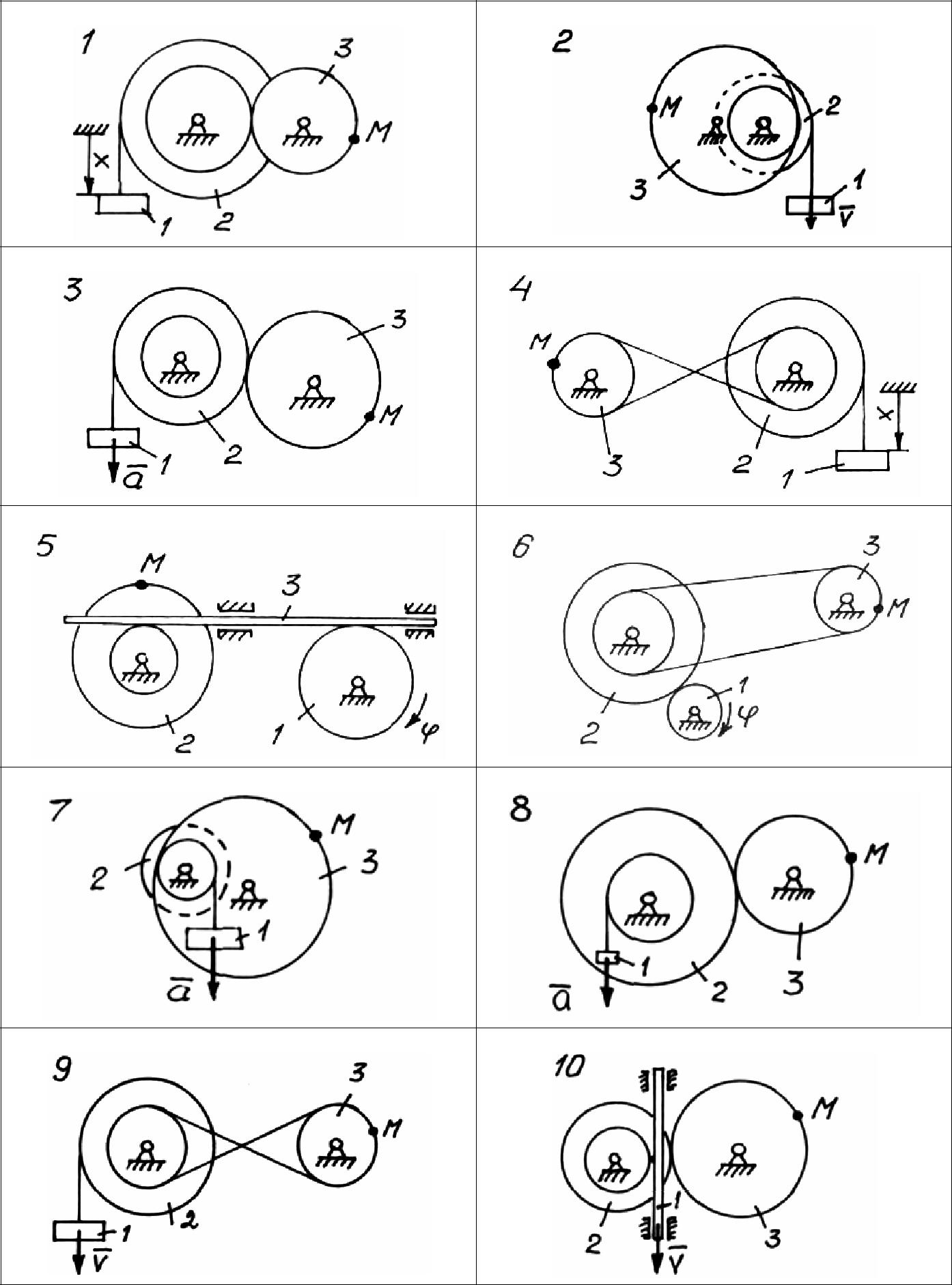
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  |  |  |  |
| Номер | Уравнения движения точки | | | t1, |  |
| вари- |  | |  | с |  |  |
| x = x(t), м | | y = y(t), м |  |
| анта |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 3 – | 2t2 | – 6t | 1 |  |  |
| 2 | 2t | | 4t2 – 2t + 1 | 0,5 |  |  |
| 3 | 2sin(π⋅t /3) | | 4cos(π⋅t /3) | 1 |  |  |
| 4 | 2sin(π⋅t /6) | | – 3cos(π⋅t /6) + 4 | 1 |  |  |
| 5 | 3t2 + 2 | | – 4t | 0,5 |  |  |
| 6 | 0,5 et | | 3 e–t | 0,5 |  |  |
| 7 | – 3cos(π⋅t /4) + 3 | | 2sin(π⋅t /4) – 1 | 1 |  |  |
| 8 | 3 t | | 4 – 9t2 | 1 |  |  |
| 9 | 3cos(πt) | | sin(πt) | 1/3 |  |  |
| 10 | 2t2 | | 4t | 1 |  |  |
| 11 | – 5/(t + 2) | | 3t + 6 | 0,5 |  |  |
| 12 | 5t + 5 | | – 4/(t + 1) | 0,5 |  |  |
| 13 | 3t / π | | 2sin(t + 2) | 1 |  |  |
| 14 | 2sin(π⋅t /3) | | 4 + 4cos(π⋅t /3) | 0,5 |  |  |
| 15 | 4t2 | | 2t3 | 1 |  |  |
| 16 | 2sin(πt) – 2 | | 2cos(πt) | 1/6 |  |  |
| 17 | 2cos(πt) | | 3sin(πt) | 1/3 |  |  |
| 18 | t2 – 1 | | *t* | 4 |  |  |
| 19 | 2sin(π⋅t /3) | | – 3cos(π⋅t /3) + 4 | 1 |  |  |
| 20 | – 2sin(π⋅t /6) | | 3cos(π⋅t /6) | 1 |  |  |
| 21 | 2 | *t* | 4t2 – 2 | 1 |  |  |
| 22 | 1/2⋅(t – 3)2 | | *t* | 1 |  |  |
| 23 | 2sin(πt) – 2 | | 3cos(πt) | 1/4 |  |  |
| 24 | 3 | *t* | 4t2 + 1 | 1 |  |  |
| 25 | – 6 | *t* | – 2t2 – 4 | 1 |  |  |
| 26 | 2e3t | | 2,4 e–3t | 1/6 |  |  |
| 27 | 4cos(2πt) | | 4sin(2πt) | 1/6 |  |  |
| 28 | 2e2t | | 3et | 1/4 |  |  |
| 29 | 4t + 2 | | 3/(1 + t) | 1 |  |  |
| 30 | 2t2 | | ( *t*  1) | 1 |  |  |

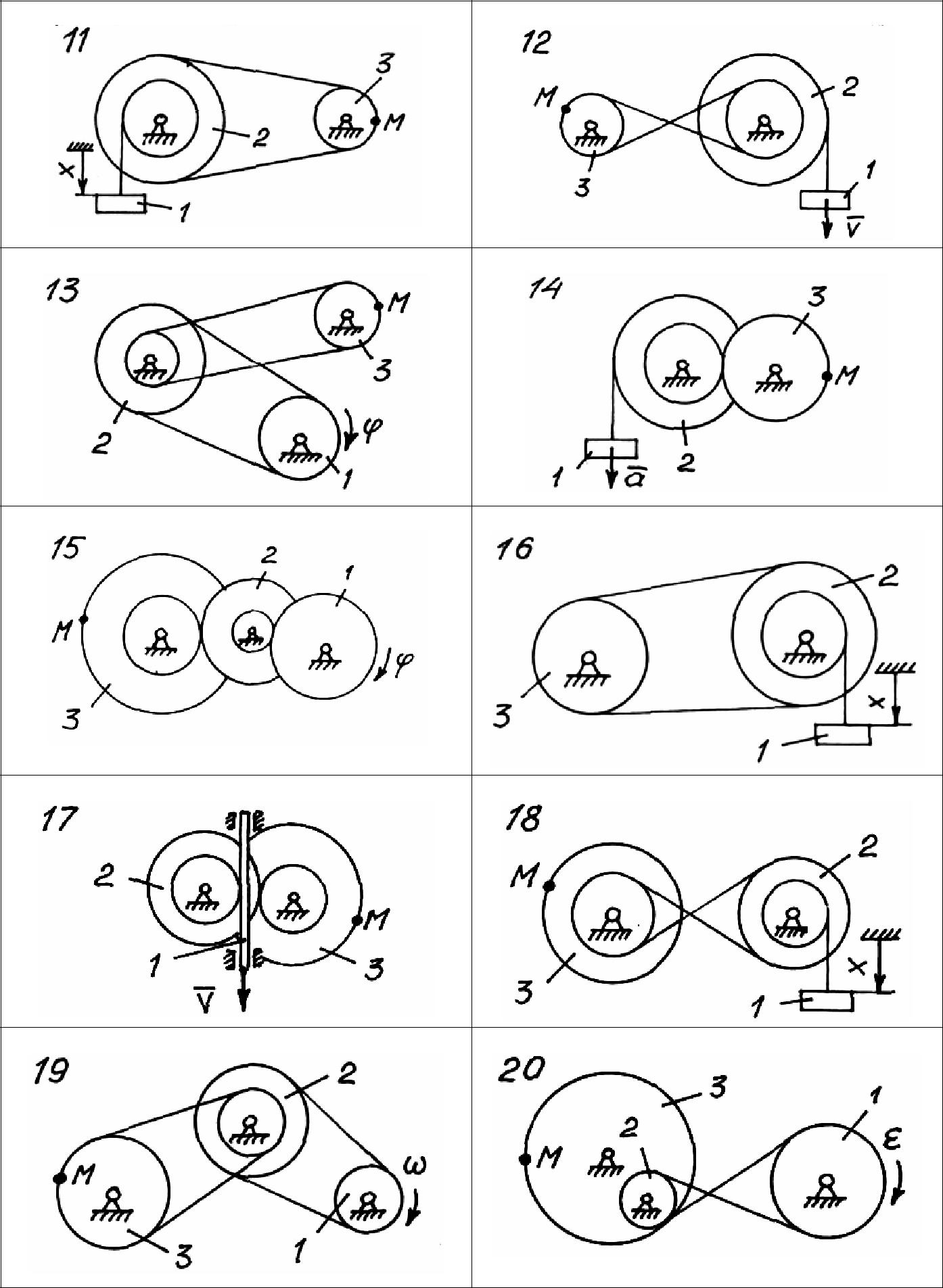
**Задача К.2. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси**

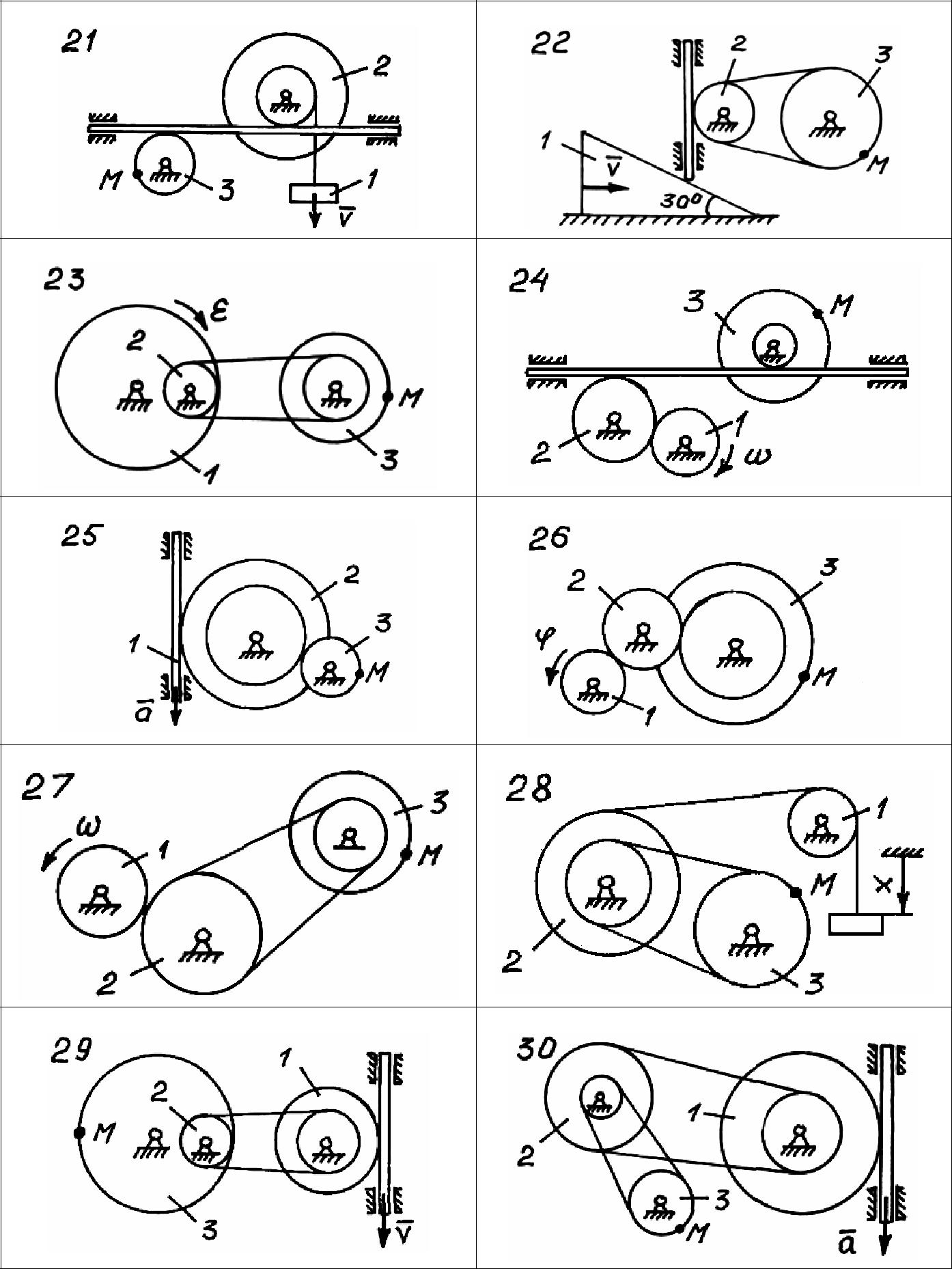
На рис 71-73 показаны передаточные механизмы. Для некоторых тел заданы уравнения движения: x = x(t) или ϕ = ϕ(t). Для других тел задаются кинематические параметры: v = v(t) – скорость движения; ω = ω(t) – угловая скорость вращения; a, ε – постоянное линейное ускорение или постоянное угловое ускорение.

При начальных условиях (xo; ϕo; vo; ωo) = 0 определить скорость и ускорение точки M в конце пройденного пути S телом 1 или точки, лежащей на ободе ведущего колеса.

Необходимые данные для расчета всех вариантов приведены в таблице.







|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| мер | r1 | R1 | r2 | R2 | r3 | R3 | S | x, м | v,м/с | *a*,м/с2 |  |
| варианта |  |
| (рис.71- |  |  |  |  |  |  |  | φ, рад | ω,с-1 | ε, с-2 |  |
| 73) |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | м |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | – | – | 0,4 | 1,2 | 0,8 | – | 0,4 | 0,2+t2 | – | – |  |
| 2 | – | – | 0,5 | 1,5 | 2 | – | 0,2 | – | 0,4t | – |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 | – | – | 0,2 | 1,2 | 0,9 | – | 0,6 | – | – | 4 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 | – | – | 0,6 | 1,8 | 0,5 | – | 0,3 | 0,1+t2 | – | – |  |
| 5 | 0,6 | – | 0,8 | 1,4 | – | – | 0,5 | 0,8+1,2t2 | – | – |  |
| 6 | 0,5 | – | 0,4 | 1,2 | 0,6 | – | 0,8 | 2,4t2 | – | – |  |
| 7 | – | – | 0,8 | 1,8 | 2 | – | 1,2 | – | – | 3 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 | – | – | 0,5 | 1,5 | 0,8 | – | 0,6 | – | – | 5 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 9 | – | – | 0,6 | 1,8 | 0,5 | – | 1,4 | – | 0,6t | – |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 10 | – | – | 0,8 | 2,4 | 0,9 | – | 1,0 | – | 1,2t | – |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 11 | – | – | 0,5 | 1,4 | 1,2 | – | 1,2 | 0,5+1,6t2 | – | – |  |
| 12 | – | – | 0,8 | 1,2 | 1,4 | – | 0,8 | – | 0,8t | – |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 13 | 0,8 | – | 0,9 | 1,8 | 1,2 | – | 0,6 | 0,8t2 | – | – |  |
| 14 | – | – | 1,2 | 1,9 | 1,5 | – | 0,5 | – | – | 1,8 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 15 | 0,9 | – | 0,4 | 1,2 | 0,8 | 1,6 | 0,4 | 1,2t2 | – | – |  |
| 16 | – | – | 0,8 | 2,2 | 1,2 | – | 0,8 | 0,5+t2 | – | – |  |
| 17 | – | – | 0,5 | 1,2 | 0,8 | 1,8 | 0,6 | – | 1,2t | – |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 18 | – | – | 0,4 | 0,9 | 0,6 | 1,2 | 0,4 | 0,8+1,2t2 | – | – |  |
| 19 | 0,6 | – | 0,8 | 1,4 | 1,8 | – | 1,2 | – | 0,8t | – |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 20 | 1,2 | – | 0,4 | – | 2,4 | – | 0,5 | – | – | 2 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 21 | – | – | 0,6 | 2,4 | 0,8 | – | 0,8 | – | 1,5t | – |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 22 | – | – | 0,8 | – | 1,4 | – | 0,4 | – | t | – |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 23 | 1,2 | – | 0,4 | – | 1,5 | 2 | 0,6 | – | – | 1,6 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 24 | 0,4 | – | 0,8 | – | 1,2 | 2 | 0,8 | – | 1,2t | – |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 25 | – | – | 0,6 | 2 | 0,8 | – | 1,2 | – | – | 2,5 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 26 | 0,8 | – | 1,4 | – | 1,2 | 2 | 0,4 | 0,8+1,2t2 | – | – |  |
| 27 | 0,5 | – | 1,5 | – | 0,8 | 1,2 | 0,6 | – | 0,8t | – |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 28 | 0,4 | – | 0,6 | 1,2 | 0,5 | – | 0,5 | 2t2 | – | – |  |
| 29 | 0,8 | 1,2 | 0,5 | – | 1,6 | – | 0,8 | – | 1,4t | – |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 30 | 0,4 | 1,4 | 0,6 | 1,2 | 0,8 | – | 1,2 | – | – | 4 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Динамика**

**Задача Д.1. Вторая задача динамики материальной точки**

Вариант 1. Материальная точка 1 движется по наклонной плоскости под действием силы *F = 2mt2* (Н). Определить уравнение движения точки *x = x(t)*, пройденный путь за время t = 1 с и скорость в конце этого пути, если заданы следующие величины: a = 30О; V0 =2 м/с – начальная скорость; *f* = 0,2 – коэффициент трения скольжения; *xo* = 0.

Вариант 2. Колечко 1, массой *m* = 2 кг, скользит по окружности в вертикальной плоскости. Определить скорость колечка и реакцию нормального давления в точке *A*, если заданы следующие величины: *V0* = 0; *f* = 0,2 – коэффициент трения скольжения; *R* = 0,4 м – радиус окружности; a = 30О; *ϕo* = 90D .

Вариант 3. Материальная точка 1 скользит вниз по наклонной плоскости. На точку действует сила сопротивления *R = 2mV*, где *m* - масса точки. Определить уравнение движения точки, а также скорость и пройденный путь за время t = 1 с, если коэффициент трения скольжения *f* = 0,2, a = 45О; V0 = 2 м/с; *xo* = 0 .

Вариант 4. Материальная точка 1 скользит по гладкой внутренней цилиндрической поверхности радиусом *r* = 0,6 м в вертикальной плоскости. На точку действует сила сопротивления *R* = 1/2*mV* 2 , которая направлена в обратную сторону от скорости *V* . Определить скорость точки и реакцию нормального давления для j1 = 60О, если масса точки *m* = 2 кг и начальная скорость V0 = 2 м/с.

Вариант 5. Материальная точка 1 брошена под углом a = 30О к горизонту с начальной скоростью *V0* *= 1*9,6 м/с*.* Точка перемещается по своей траектории и попадает в мишень *A*, расположенную на высоте *h* =1,7 м. Определить дальность полета *l* точки без учета сил сопротивления.

Вариант 6. Материальная точка 1, массой *m* = 4 кг, движется по окружности, расположенной в вертикальной плоскости. Радиус окружности *R* = 0,5 м. Определить, какую начальную скорость *Vo* нужно сообщить точке, чтобы реакция нормального давления в точке *A* была равна нулю? Найти величину реакции нормального давления в точке *O*.

Вариант 7. Материальная точка 1 перемещается по шероховатой наклонной поверхности (a = 30О) под действием вертикальной силы *F* = *kmx* ( *k* =0,2*с*−2, *m* −масса точки).Определить уравнениедвижения *x = x(t)* и реакцию нормального давления, если: *f* = 0,2 – коэффициент трения скольжения; *m* = 4 кг – масса точки; *V0* *= 2* м/с – начальная скорость точки; *xo* = 0 .

Вариант 8. Колечку *1* сообщили начальную скорость *V0* *= 12* м/с и оно начало скользить по горизонтальной окружности с трением, при этом коэффициент трения скольжения *f* = 0,2 . Радиус окружности *R* = 1м.Определить скорость колечка*V* = *V* (*ϕ*).

Вариант 9. Колечку *1* сообщили начальную скорость *V0* *= 8* м/с и оно начало скользить по горизонтальной окружности с трением, при этом коэффициент трения скольжения *f* = 0,3 . Радиус окружности *R*=1,2 м. Определить угол j1, при котором колечко остановится.

Вариант 10. Материальной точке 1 сообщили начальную скорость *V0 = 1* м/с и она начала скользить по шероховатой цилиндрическойповерхности в вертикальной плоскости радиуса *R* = 1,5 м. Коэффициент трения скольжения *f* = 0,2. Зная массу точки *m* = 2 кг, определить скорость точки *V* = *V* (*ϕ*) .

Вариант 11. Материальной точке 1 сообщили начальную скорость *V0 = 3* м/с и она начала погружаться в жидкость вертикально вниз, испытывая при этом силу сопротивления жидкости *R* = *αmV* 2 (*α* = 2 *м*−1, *m* – масса точки). Определить скорость точки *V* = *V* ( *z*) как функцию ее перемещения.

Вариант 12. Материальная точка 1 (колечко) начинает скользить с трением по вертикальной окружности, радиус которой *R* = 0,4 м. Определить скорость колечка в точке *A*, если коэффициент трения скольжения *f* = 0,3. Какова будет скорость колечка *VA*, если *f* = 0?

Вариант 13. Материальная точка 1 движется по наклонной плоскости под действием силы *F = 2mt2* (Н). Определить уравнение движения точки *x = x(t)*, пройденный путь за время t = 1 с и скорость в конце этого пути, если заданы следующие величины: a = 30О; V0 =2 м/с – начальная скорость; *f* = 0,2 – коэффициент трения скольжения; *xo* = 0.

Вариант 14. Колечко 1, массой *m* = 2 кг, скользит по окружности в вертикальной плоскости. Определить скорость колечка и реакцию нормального давления в точке *A*, если заданы следующие величины: *V0* = 0; *f* = 0,2 – коэффициент трения скольжения; *R* = 0,4 м – радиус окружности; a = 30О; *ϕo* = 90D .

Вариант 15. Материальная точка 1 скользит вниз по наклонной плоскости. На точку действует сила сопротивления *R = 2mV*, где *m* - масса точки. Определить уравнение движения точки, а также скорость и пройденный путь за время t = 1 с, если коэффициент трения скольжения *f* = 0,2, a = 45О; V0 = 2 м/с; *xo* = 0 .

Вариант 16. Материальная точка 1 скользит по гладкой внутренней цилиндрической поверхности радиусом *r* = 0,6 м в вертикальной плоскости. На точку действует сила сопротивления *R* = 1/2*mV* 2 , которая направлена в обратную сторону от скорости *V* . Определить скорость точки и реакцию нормального давления для j1 = 60О, если масса точки *m* = 2 кг и начальная скорость V0 = 2 м/с.

Вариант 17. Материальная точка 1 брошена под углом a = 30О к горизонту с начальной скоростью *V0* *= 1*9,6 м/с*.* Точка перемещается по своей траектории и попадает в мишень *A*, расположенную на высоте *h* =1,7 м. Определить дальность полета *l* точки без учета сил сопротивления.

Вариант 18. Материальная точка 1, массой *m* = 4 кг, движется по окружности, расположенной в вертикальной плоскости. Радиус окружности *R* = 0,5 м. Определить, какую начальную скорость *Vo* нужно сообщить точке, чтобы реакция нормального давления в точке *A* была равна нулю? Найти величину реакции нормального давления в точке *O*.

Вариант 19. Материальная точка 1 перемещается по шероховатой наклонной поверхности (a = 30О) под действием вертикальной силы *F* = *kmx* ( *k* =0,2*с*−2, *m* −масса точки).Определить уравнениедвижения *x = x(t)* и реакцию нормального давления, если: *f* = 0,2 – коэффициент трения скольжения; *m* = 4 кг – масса точки; *V0* *= 2* м/с – начальная скорость точки; *xo* = 0 .

Вариант 20. Колечку *1* сообщили начальную скорость *V0* *= 12* м/с и оно начало скользить по горизонтальной окружности с трением, при этом коэффициент трения скольжения *f* = 0,2 . Радиус окружности *R* = 1м.Определить скорость колечка*V* = *V* (*ϕ*).

Вариант 21. Колечку *1* сообщили начальную скорость *V0* *= 8* м/с и оно начало скользить по горизонтальной окружности с трением, при этом коэффициент трения скольжения *f* = 0,3 . Радиус окружности *R*=1,2 м. Определить угол j1, при котором колечко остановится.

Вариант 22. Материальной точке 1 сообщили начальную скорость *V0 = 1* м/с и она начала скользить по шероховатой цилиндрическойповерхности в вертикальной плоскости радиуса *R* = 1,5 м. Коэффициент трения скольжения *f* = 0,2. Зная массу точки *m* = 2 кг, определить скорость точки *V* = *V* (*ϕ*) .

Вариант 23. Материальной точке 1 сообщили начальную скорость *V0 = 3* м/с и она начала погружаться в жидкость вертикально вниз, испытывая при этом силу сопротивления жидкости *R* = *αmV* 2 (*α* = 2 *м*−1, *m* – масса точки). Определить скорость точки *V* = *V* ( *z*) как функцию ее перемещения.

Вариант 24. Материальная точка 1 (колечко) начинает скользить с трением по вертикальной окружности, радиус которой *R* = 0,4 м. Определить скорость колечка в точке *A*, если коэффициент трения скольжения *f* = 0,3. Какова будет скорость колечка *VA*, если *f* = 0?

Вариант 25. Материальная точка 1 движется по наклонной плоскости под действием силы *F = 2mt2* (Н). Определить уравнение движения точки *x = x(t)*, пройденный путь за время t = 1 с и скорость в конце этого пути, если заданы следующие величины: a = 30О; V0 =2 м/с – начальная скорость; *f* = 0,2 – коэффициент трения скольжения; *xo* = 0.

Вариант 26. Колечко 1, массой *m* = 2 кг, скользит по окружности в вертикальной плоскости. Определить скорость колечка и реакцию нормального давления в точке *A*, если заданы следующие величины: *V0* = 0; *f* = 0,2 – коэффициент трения скольжения; *R* = 0,4 м – радиус окружности; a = 30О; *ϕo* = 90D .

Вариант 27. Материальная точка 1 скользит вниз по наклонной плоскости. На точку действует сила сопротивления *R = 2mV*, где *m* - масса точки. Определить уравнение движения точки, а также скорость и пройденный путь за время t = 1 с, если коэффициент трения скольжения *f* = 0,2, a = 45О; V0 = 2 м/с; *xo* = 0 .

Вариант 28. Материальная точка 1 скользит по гладкой внутренней цилиндрической поверхности радиусом *r* = 0,6 м в вертикальной плоскости. На точку действует сила сопротивления *R* = 1/2*mV* 2 , которая направлена в обратную сторону от скорости *V* . Определить скорость точки и реакцию нормального давления для j1 = 60О, если масса точки *m* = 2 кг и начальная скорость V0 = 2 м/с.

Вариант 29. Материальная точка 1 брошена под углом a = 30О к горизонту с начальной скоростью *V0* *= 1*9,6 м/с*.* Точка перемещается по своей траектории и попадает в мишень *A*, расположенную на высоте *h* =1,7 м. Определить дальность полета *l* точки без учета сил сопротивления.

Вариант 30. Материальная точка 1, массой *m* = 4 кг, движется по окружности, расположенной в вертикальной плоскости. Радиус окружности *R* = 0,5 м. Определить, какую начальную скорость *Vo* нужно сообщить точке, чтобы реакция нормального давления в точке *A* была равна нулю? Найти величину реакции нормального давления в точке *O*.

