МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ ЗАОЧНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ"

ФАКУЛЬТЕТ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ И ТЕХНИЧЕСКОГО СЕРВИСА

КАФЕДРА ПРИРОДООБУСТРОЙСТВА И ВОДОПОЛЬЗОВАНИЯ

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ И ЗАДАНИЯ
ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

**студентам 2*, 3 курсов по направлению подготовки бакалавров
35.03.06 – «Агроинженерия»
Профили – электрооборудование и электротехнологии;
технические системы а агробизнесе;
технический сервис в АПК**

Балашиха 2019

Составители: доцент Лычкин В.Н., доцент Решетников В.П.

УДК 683.1

Прикладная математика: Методические указания по изучению дисциплины / Рос. гос. аграр. заоч. ун-т; Сост. В.Н. Лычкин, В.П. Решетников. М., 2019.

Предназначены для студентов 3 курса

Утверждены методической комиссией факультета электроэнергетики и технического сервиса ФГБОУ ВО РГАЗУ

Рецензенты: д.т.н., профессор В.И. Славкин, к.т.н., доцент Закабунин А.В. (ФГБОУ ВО РГАЗУ)

Раздел 1 .ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания по дисциплине «Прикладная математика» составлены в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО 3++) по направленияю подготовки бакалавров 35.03.06 – «Агроинженерия» (утверждено приказом Минобрнауки РФ от 23.08.2017 № 813) и рабочими учебными планами, утвержденными Ученым советом РГАЗУ 13 февраля 2019 г.

1.1. Цели и задачи дисциплины

Целью дисциплины являются:

развитие навыков математического мышления; навыков использования математических методов и основ математического моделирования; математической культуры у обучающегося. Ему необходимо в достаточной степени владеть как классическими , так и современными математическими методами анализа задач, возникающих в его практической деятельности, использовать возможности вычислительной техники, уметь выбирать наиболее подходящие комбинации известных методов, знать их сравнительные характеристики.

Для выработки у современных специалистов с высшим образованием необходимой *математической культуры* необходимо *решение следующих **задач***:

1.Обеспечение высокого уровня фундаментальной математической подготовки студентов.

2. Выработки у студентов умения выбирать оптимальный численный метод для анализа конкретной модели.

3. Научить студента применять имеющиеся алгоритмы решения прикладных задач.

4. Развивать у студентов логическое и алгоритмическое мышление, повышать общий уровень математической культуры.

В результате изучения дисциплины выпускник должен:

1) обладать следующими **универсальными компетенциями**:

Категория универсальных компетенций	Код и наименование универсальной компетенции	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Системное и критическое мышление	УК – 1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-$3_{УК-1}$. Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.

2) обладать следующими **общепрофессиональными компетенциями**:

Код	Наименование общепрофессиональной компетенции. Планируемые результаты освоения основной профес-	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции. Перечень планируе-

компетенции	сиональной образовательной программы	мых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1	Способность решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических, естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплин с применением информационно-коммуникационных технологий	ИД-1$_{ОПК-1}$. Использует основные законы естественнонаучных дисциплин для решения стандартных задач в соответствии с направленностью профессиональной деятельности

В результате изучения дисциплины студент должен:

-знать основные численные методы решения прикладных задач;

-уметь: а) использовать математический аппарат для обработки технической информации и анализа данных, связанных с машиноиспользованием и надёжностью технических систем;

б) выбирать и применять оптимальный численный метод решения типовых профессиональных задач;

в) давать математические характеристики точности исходной информации и оценивать точность полученного численного решения;

-владеть основными методами и приёмами вычислительной математики.

1. 2. Библиографический список

Основной

1. Лычкин В.Н. Лекции и практические занятии по высшей математике: Учебное пособие для вузов./В.Н. Лычкин, В.А. Капитонова, А.А. Муханова.-.:»Прондо», 2017.

2. Асланов Р.М., Муханова А.А., МухановС.А., Нижников А.И. Высшая математика. Книга из пяти частей. Часть III: Учебное пособие. [Электронный ресурс]– Калуга: ИП Шилин И.В. (Изд-во «ЭЙДОС»), 2015. - 292 с

Режим доступа: http://ebs.rgazu.ru/index.php?q=system/files/Matematika_050100_%20%283_semestr%29.pdf

3. Асланов РМ, Нижников АИ, Муханова АА, Муханов СА, Мурадов ТР. Высшая математика (задачник). Книга из пяти частей. Часть V.I [Электронный ресурс] – М.:ООО «Прондо», 2017. – 516 с.

Режим доступа: http://ebs.rgazu.ru/index.php?q=system/files/Matematika_%20050100_%20%285_%20semestr%29%20H_1.pdf

4. Асланов Р.М., Муханова А.А., МухановС.А., Нижников А.И. Высшая математика. Книга из пяти частей. Часть IV: Учебное пособие. [Электронный ресурс] – Калуга: ИП Стрельцов И.А. (Изд-во «ЭЙДОС»), 2015. – 376 с.

Режим доступа: http://ebs.rgazu.ru/index.php?q=system/files/Matematika_%20050100_%20%284_semestr%29.pdf

Дополнительный

1. Копченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. Учебное пособие.- СПб.: Лань, 2009.
2. Фадеев М.А. Основные методы вычислительной математики. СПб.: Лань, 2008.
3. Лычкин В.Н. Высшая математика в задачах. /В.Н. Лычкин. Учеб. пособие. – М.: РГАЗУ, 2009.

В методических указаниях приведённые учебные пособия для краткости обозначаются заключёнными в квадратные скобки номерами из библиографического списка.

1.3 Распределение учебного времени по модулям (разделам) и темам дисциплины

№ п/п	Наименование модулей и тем дисциплины	Всего, час	В том числе			Рекомендуемая литература
			Лекции	Практ. занятия	Самост. работа	
1	2	3	4	5	6	7
Модуль 1. Приближенное решение уравнений и систем уравнений.		34	2 (2)	4 (2)	28 (30)	[1] - [4]
1	Тема 1.1. Введение в элементарную теорию погрешностей.	6	- (-)	- (-)	6 (6)	
2	Тема 1.2. Методы отыскания решений нелинейных уравнений	10	2 (2)	2 (2)	6 (6)	
3	Тема 1.3. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	8	- (-)	- (-)	8 (8)	
4	Тема 1.4. Численные методы решения обыкновенных диффе- ренциальных уравнений.	10	- (-)	2 (-)	8 (10)	

Модуль 2. Приближение функций		30	2 (2)	2 (2)	26 (26)	[1] - [4]
Модуль 3. Численные методы диффе-ренцирования и интегрирования.		24	2 (-)	- (-)	22 (24)	[1] - [4]
1	Тема 3.1. Численное диффе-ренцирование.	10	1 (-)	- (-)	9 (10)	
2	Тема 3.2. Численное интегри-рование.	14	1 (-)	- (-)	13 (14)	
Модуль 4. Элементы линейного программирования.		20	- (-)	- (-)	20 (20)	[4]
	Итого	108	6 (4)	6 (4)	96 (100)	

Примечание: в скобках указаны часы для студентов с сокращенным сроком обучения.

Раздел 2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНЫХ МОДУЛЕЙ ДИСЦИПЛИНЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИХ ИЗУЧЕНИЮ

2.1 Модуль 1.Приближённое решение уравнений и систем уравнений

2.1.1.Содержание модуля

Тема 1.1. Введение в элементарную теорию погрешностей

Источники и классификация погрешностей результатов численного решения задачи. Приближённые числа, абсолютная и относительная погрешности. Погрешность арифметических операций над приближёнными числами. Погрешность функции.

Тема 1.2. Методы отыскания решений нелинейных уравнений

Отделение корней. Уточнение корней: метод половинного деления, метод хорд, метод Ньютона, метод итерации.

Тема 1.3. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Решение линейных систем методом простой итерации. Достаточные условия сходимости метода простой итерации. Метод Зейделя решения линейных систем.

Тема 1.4 . Приближенное решение дифференциальных уравнений

Постановка задачи. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Метод Эйлера и его модификации. Метод Рунге-Кутта.

2.1.2. Методические указания по его изучению

Тема 1.1.

В большинстве случаев вычисления производятся с приближёнными числами и притом приближённо. Поэтому даже для точного метода решения задачи на каждом этапе вычислений возникают погрешности действий и погрешности округлений. Если сам метод приближённый, то к этим двум погрешностям присоединяется погрешность метода. В связи с этим необходимо знать и уметь применять правила, которыми надлежит пользоваться при выполнении арифметических операций с приближёнными числами и для получения приближённого результата.

Тема 1.2.

Если алгебраическое или трансцендентное уравнение достаточно сложное, то его корни сравнительно редко удаётся найти точно. Кроме того, в некоторых случаях уравнение содержит коэффициенты, известные лишь приблизительно, и, следовательно, сама задача о точном определении корней теряет смысл. Поэтому важное значение приобретают способы приближённого нахождения корней уравнения и оценки степени их точности.

Приближённое нахождение изолированных действительных корней уравнения $f(x)=0$ обычно складывается из двух этапов:

1) отделение корней, т.е. установление возможно тесных промежутков, в которых содержится один и только один корень данного уравнения;

2) уточнение приближённых корней, т.е. доведение их до заданной точности.

Для отделения корней полезна следующая теорема из математического анализа. Теорема. Если непрерывная функция $f(x)$ принимает на концах отрезка $[a,b]$ значения разных знаков, то внутри этого отрезка содержится, по крайней мере, один корень уравнения $f(x)=0$. Этот корень будет единственным, если производная $f'(x)$ существует и сохраняет постоянный знак внутри интервала $(a;b)$.

Тема 1.3.

Способы решения линейных систем в основном разделяются на две группы:

1) Точные методы, представляющие собой конечные алгоритмы для вычисления корней систем(таковы, например, правило Крамера, метод Гаусса).
2) Итерационные методы, позволяющие получить корни системы путём сходящихся бесконечных процессов (к их числу относятся, например, метод итерации, метод Зейделя и другие).

Вследствие неизбежных округлений результаты даже точных методов являются приближёнными, причём оценка погрешности корней в общем случае затруднительна. При использовании итерационных процессов, сверх того, добавляется погрешность метода. Эффективное применение итерационных методов зависит от удачного выбора начального приближения и быстроты сходимости процесса.

Тема 1.4.

Известные методы решения дифференциальных уравнений позволяют найти решение в виде аналитической функции, однако эти методы применимы для очень ограниченного класса функций. Большинство уравнений, встречающихся при решении практических задач, нельзя проинтегрировать с помощью этих методов.

В таких случаях используются численные методы решения, которые представляют решение дифференциального уравнения не в виде аналитической функции, а в виде таблицы значений искомой функции в зависимости от значений переменной.

2.1.3. Вопросы для самоконтроля

1. Укажите источники и классификацию погрешностей результатов численного решения задачи.

2. Что называется абсолютной погрешностью приближённого числа? Относительной погрешностью?

3. Как определяются абсолютная и относительная погрешности арифметических операций над приближёнными числами?

4. Перечислите способы отделения действительных корней уравнения f(x)=0.

5. В чём состоят методы хорд, касательных и комбинированный метод приближённого вычисления действительных корней уравнения f(x)=0 ?

6. В чём состоит метод итерации приближённого вычисления действительных коней уравнения f(x)=0 ?

7. В чём состоит метод итерации решения линейных систем? Приведите достаточные условия сходимости этого метода?

8. Как можно привести линейную систему к виду, удобному для итерации?

9. В чём состоит метод Зейделя решения линейных систем?

10. В чём состоит задача численного решения дифференциального уравнения?

11. Изложите метод Эйлера численного решения дифференциального уравнения первого порядка.

12. Изложите метод Адамса численного решения дифференциального уравнения.

13. Объясните с геометрической точки зрения различие между методами Эйлера и Адамса приближенного решения дифференциальных уравнений.

14. Почему метод Адамса нельзя применять с самого начала составления таблицы приближённых значений решения дифференциального уравнения, и каким методом можно найти недостающие начальные значения?

15. Изложите метод Рунге-Кутта численного решения дифференциального уравнения.

2.1.4. Задания для самостоятельной работы

1. Найти приближённое значение корней уравнения $x^3+4x-3=0$ с точностью до 0,01 методом хорд.

2. Пользуясь методом касательных, найти с точностью до 0,01 корень уравнения $x^3+2x-7=0$.

3. Пользуясь комбинированным методом хорд и касательных, найти с точностью до 0,001 корень уравнения $x^3+x-1=0$.

4. Найти корень уравнения $x^3-x-1=0$ с точностью до 0,001 методом итерации.

5. Решить методом итерации систему уравнений.

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 - x_3 = -4 \\ 3x_1 + 10x_2 - 2x_3 = 2 \\ x_1 - 4x_2 + 10x_3 = 1 \end{cases}$$

6. Решить методами Эйлера и Рунге-Кутта дифференциальное уравнение $y' = x - y$ при начальном условии $y(0) = 1$ на отрезке $[0; 0.5]$ с шагом $h = 0.1$.

7. Решить методом Адамса дифференциальное уравнение $y' = x^2 + y$ при начальном условии $y(0) = 1$ на отрезке $[0; 1]$ с шагом $h = 0.1$.

Указание. Для вычисления y_1 найдите три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд искомого решения.

2.2. Модуль 2. Приближение функций

2.2.1. Содержание модуля

Постановка задачи приближения функции. Классы аппроксимирующих функций. Погрешность аппроксимации. Интерполяционные методы приближения функций. Конечные разности различных порядков. Интерполяционные полиномы Ньютона. Среднеквадратическое приближение функции с помощью многочлена. Метод наименьших квадратов.

2.2.2. Методические указания по его изучению

В практическом применении математики очень часто встречается такая задача. Зависимость между переменными величинами выражена в виде таблицы, полученной опытным путём. Требуется выразить эту зависимость между переменными аналитически, то есть дать формулу, связывающую между собой соответствующие значения переменных. Такая формула существенно облегчает анализ изучаемой зависимости. Формулы, служащие для аналитического представления опытных данных, называются эмпирическими формулами.

Применяются два различных метода построения таких формул. Один из них состоит в том, что строится многочлен, принимающий в заданных точках заданные значения, а именно: по двум известным точкам строится линейная функция, по трём- квадратичная функция и т.п. Достоинство этого метода в том, что полученная формула в точности воспроизводит заданные значения. Такого рода формулы носят название интерполяционных формул.

Другой метод подбора эмпирических формул состоит в том, что по данным результатам наблюдений подбирается наиболее простая формула того или иного типа, дающая наилучшее приближение к имеющимся данным; при этом формула не воспроизводит в точности данных наблюдения. Чаще всего при подборе эмпирических формул пользуются принципом наименьших квадратов. Он основан на том, что из данного множества формул вида $y=f(x)$ наилучшим образом изображающей данные значения считается та, для которой сумма квадратов отклонений наблюдаемых значений от вычисленных является наименьшей.

2.2.3. Вопросы для самоконтроля

1. Как ставится задача интерполирования функции?
2. Напишите интерполяционную формулу Лагранжа.
3. Каким образом проводятся линейная и квадратичная интерполяция функций?
4. Как определяются конечные разности различных порядков функции, заданной таблично?
5. Напишите интерполяционную формулу Ньютона.
6. Почему для равноотстоящих узлов пользоваться полиномом Ньютона удобнее, чем полиномом Лагранжа?
7. В чём сущность подбора эмпирических формул по способу наименьших квадратов?

2.2.4. Задания для самостоятельной работы

1.Зная, что $f(1) = -2.23$ и $f(2) = 1.05$, найти приближённо $f(1{,}3)$, используя линейную интерполяцию.

2. На основании эксперимента получены значения функции $y = f(x)$:
$y_0 = 4$ при $x_0 = 0$; $y_1 = 6$ при $x_1 = 1$; $y_2 = 10$ при $x_2 = 3$.
Требуется представить приближённо функцию $y = f(x)$ многочленом второй степени, используя интерполяционную формулу Лагранжа.

3. Построить на отрезке [0;5] интерполяционный полином Ньютона для функции, заданной таблицей

x	0	1	2	3	4	5
y	5.2	8.0	10.4	12.4	14.0	15.2

4.Опытные данные о значениях величин x и y представлены в таблице

x	4	5	6	8	9
y	20	24	29	35	50

Предполагая, что переменные x и y связаны линейной зависимостью $y = ax + b$, найти способом наименьших квадратов значения параметров a и b.

2.3. Модуль 3. Численные методы дифференцирования и интегрирования

2.3.1. Содержание модуля

Тема 3.1. Численное дифференцирование

Постановка задачи численного дифференцирования. Формулы численного дифференцирования. Оценка погрешности. Численное дифференцирование в начале и конце таблицы. Оценка погрешности.

Тема 3.2. Численное интегрирование

Постановка задачи численного интегрирования. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона приближённого вычисления определённых интегралов. Оценка погрешностей этих формул.

2.3.2.Методические указания по его изучению

Тема 3.1.

При решении практических задач часто нужно найти производные указанных порядков от функции $y = f(x)$, заданной таблично. В этих случаях обычно прибегают к приближённому дифференцированию. Для этого заменяют данную функцию на интересующем отрезке [*a,b*] интерполирующей функцией $P(x)$ (чаще всего полиномом), а затем полагают $f^{/}(x) = P^{/}(x)$ при $a \le x \le b$. Аналогично поступают при нахождении производных высших порядков функции $y = f(x)$.

Тема 3.2.

Если функция *f(x)* непрерывна на отрезке [*a,b*] и известна её первообразная *F*(x), то определённый интеграл от этой функции в пределах от *a* до *b* может быть вычислен по формуле Ньютона-Лейбница

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a), \text{ где } F^{/}(x) = f(x).$$

Однако во многих случаях первообразная F(*x*) не может быть выражена через элементарные функции. Поэтому вычисление определённого интеграла в этих случаях по формуле Ньютона-Лейбница практически невыполнимо. Поэтому важное значение имеют приближенные и в первую очередь численные методы вычисления определённых интегралов.

Наиболее употребительны для приближённого вычисления определённых интегралов формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона.

2.3.3. Вопросы для самоконтроля

1. Как ставится задача численного дифференцирования? Как она решается?

2. Запишите формулы для вычисления производных первого и второго порядков функции одной переменной, заданной таблично, в основных табличных точках. Как оценивается погрешность этих формул?

3. Как ставится задача численного интегрирования?

4. Запишите формулу прямоугольников, формулу трапеций, формулу Симпсона для приближённого вычисления определённого интеграла.

2.3.4. Задания для самостоятельной работы

1. Найти $y^{/}(50)$ функции, заданной таблично:

x	50	55	60	65	70
y	1,6990	1,7404	1,7782	1,8129	1,8451

2. Найти   функции, заданной таблично:

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
y	1,1052	1,2214	1,3499	1,4918	1,6487	1,8221

3. Вычислить интеграл $\int_1^6 \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}$ по формуле трапеций, разбив отрезок интегрирования на пять равных частей.

4. Вычислить интеграл $\int_0^1 \sqrt{5+x^3}dx$ по формуле Симпсона, разбив отрезок интегрирования на десять равных частей.

5. Вычислить интеграл $\int_0^8 \sqrt[3]{9x-8}dx$ по формуле трапеций, разбив отрезок интегрирования на восемь равных частей.

Примечание. В задачах 3-5 все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

2.4. Модуль 4. Элементы линейного программирования

2.4.1. Содержание модуля

Постановка и различные формы записи задач линейного программирования. Стандартная и каноническая формы представления задач линейного программирования. Геометрическая интерпретация. Основные свойства задач линейного программирования: выпуклость множества допустимых решений, существование базисных оптимальных решений.

2.4.2. Методические указания по его изучению

Линейное программирование изучает задачи поиска экстремума функции нескольких переменных при наличии ограничений, наложенных на эти переменные, причём и сама эта функция нескольких переменных и все ограничения являются линейными относительно эти переменных.

Математическая модель задачи линейного программирования включает следующее:

1) Совокупность переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$, каждый набор значений которых называется планом этой задачи.

2) Целевую функцию $L(x_1, x_2, \dots, x_n)$, которая позволяет выбирать оптимальный, т.е. наилучший план из множества возможных планов. Наилучший план должен давать целевой функции экстремальное значение.

3) Систему ограничений на план задачи, представленную в виде уравнений или неравенств. Система ограничений дополняется требованием неотрицательности значений всех переменных.

2.4.3. Вопросы для самоконтроля

1. Приведите примеры задач, приводящих к задаче линейного программирования.

2. Что включает математическая модель задачи линейного программирования?

3. Дайте определения плана и целевой функции в задаче линейного программирования.

4. Какая форма задачи линейного программирования называется стандартной? канонической?

5.Когда применяется геометрический метод решения задач линейного программирования? Изложите алгоритм геометрического метода.

6. Перечислите основные свойства задач линейного программирования.

2.4.4. Задания для самостоятельной работы

1.Решить задачи линейного программирования графическим методом.

1.1. $L = 4x_1 + 2x_2 \to \max$

при ограничениях

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq 0 \\ 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 + 2x_2 \leq 16 \\ x_1 \leq 4 \\ x_1 - x_2 \leq 0 \end{cases}$$

1.2. $L = 2x_1 + x_2 + 3 \to min$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq -2 \\ x_1 - 3x_2 \geq -10 \\ x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ x_1 \leq 8 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

2. На фабрике для производства двух видов продукции используется три вида сырья. Оно имеется в следующих количествах: 80 единиц сырья первого вида, 60 единиц сырья второго вида и 44 единицы сырья третьего вида. На производство единицы продукции первого вида нужно израсходовать(4;0;4) единиц указанных видов сырья, а для второго вида продукции эти показатели равны(4;6;0) (нуль означает, что данное сырьё не требуется для производства продукции данного вида). Прибыль, получаемая от реализации единиц первого вида продукции, равна пяти условным единицам, а от реализации единицы второго вида продукции равна шести таким же единицам. Спланировать работу фабрики так, чтобы была обеспечена максимальная прибыль от реализации произведённой продукции.

Раздел 3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ЕЁ ВЫПОЛНЕНИЮ

3.1. Методические указания по выполнению контрольной работы

К выполнению контрольной работы следует приступать после изучения соответствующего материала по учебнику и решения задач, указанных к каждому модулю. Следует также внимательно разобрать решения тех задач, которые приведены в данном пособии.

При выполнении контрольной работы надо строго придерживаться указанных ниже привил.

1. Контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради чернилами любого цвета, кроме красного. На обложке тетради должно быть ясно написаны фамилия и инициалы студента, полный учебный шифр. В конце работы

следует указать использованную литературу, поставить дату окончания работы и расписаться.

2. В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по своему варианту. Контрольные работы, содержание не все задания, а также содержащие задачи не своего варианта, не зачитываются.

3. Задачи контрольной работы следует располагать в порядке возрастания их номеров. Для замечаний преподавателя необходимо на каждой странице оставлять поля 3-4см.

4. Перед решением каждой задачи надо записать полностью её условие. В том случае, когда несколько задач, из которых студент выбирает задачу своего варианта, имеют общую формулировку, следует, переписывая условие задач, заменить общие данные конкретными из соответствующего номера.

5. Решения задач следует излагать подробно, делая соответствующие ссылки на вопросы теории с указанием формул, теорем, выводов, которые используются при решении данной задачи. Не допускаются сокращения слов, кроме общепринятых. Все вычисления (в том числе и вспомогательные) необходимо делать полностью. Чертежи должны быть выполнены аккуратно. Объяснения к задачам должны соответствовать тем обозначениям, которые даны на чертеже.

6. Контрольная работа должна выполняться самостоятельно, в противном случае студент лишается возможности проверить степень своей подготовленности по дисциплине. Если будет установлено, что контрольная работа выполнена не самостоятельно, то она не будет зачтена, даже если в ней все задачи решены верно.

7. Получив прорецензированную контрольную работу, студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и недочёты и выполнить все рекомендации рецензента.
Если рецензент предлагает внести в решения задач те или иные исправления или дополнения и представить их для повторной проверки, то это следует сделать в короткий срок.

В случае незачёта работы и отсутствия прямого указания рецензента на то, что студент может ограничиться представлением исправленных решений отдельных задач, вся работа должна быть выполнена заново. При представленных исправлениях должны обязательно находиться прорецензированная работа и рецензия на неё. В связи с этим рекомендуется при выполнении контрольной работы оставлять в конце тетради несколько чистых листов для дополнений и исправлений в соответствии с указаниями рецензента. Вносить исправления в сам текст работы после её рецензирования запрещается.

8. В межсессионный период или во время лабораторно-экзаменационной сессии студент должен пройти собеседование по зачтённой контрольной работе.

9. Студент выполняет вариант контрольной работы, совпадающий с последней цифрой его учебного шифра. При этом, если предпоследняя цифра учебного шифра есть число нечётное (1, 3, 5, 7, 9), то номера задач для соответ-

ствующего варианта даны в таблице 1. Если же предпоследняя цифра учебного шифра есть число чётное (2, 4, 6, 8) или ноль, то номера задач даны в таблице 2.

Таблица 1

Номера варианта	Номера задач						
1	1	22	43	64	85	106	127
2	2	23	44	65	86	107	128
3	3	24	45	66	87	108	129
4	4	25	46	67	88	109	130
5	5	26	47	68	89	110	121
6	6	27	48	69	90	101	122
7	7	28	49	70	81	102	123
8	8	29	50	61	82	103	124
9	9	30	41	62	83	104	125
0	10	21	42	63	84	105	126

Таблица 2

Номера варианта	Номера задач						
1	12	33	54	75	96	117	138
2	13	34	55	76	97	118	139
3	14	35	56	77	98	119	140
4	15	36	57	78	99	120	131
5	16	37	58	79	100	111	132
6	17	38	59	80	91	112	133
7	18	39	60	71	92	113	134
8	19	40	51	72	93	114	135
9	20	31	52	73	94	115	136
0	11	32	53	74	95	116	137

3.2. Задачи для контрольной работы

В задачах **1-20** определить количество действительных корней уравнения $f(x)=0$, отделить эти корни и, применяя метод хорд и касательных, найти их приближённое значение с точностью до 0,001

1. $x^3+x-1=0$

2. $x^3+3x-3=0$

3. $x^3+4x-1=0$

4. $x^3+4x+2=0$

5. $x^3+4x-3=0$

6. $x^3+5x-3=0$

7. $x^3+2x-1=0$

8. $x^3+2x-4=0$

9. $x^3+3x+1=0$

10. $x^3+7x+9=0$

11. $x^3+7x-1=0$

12. $x^3+2x-5=0$

13. $x^3+3x+2=0$

14. $x^3+3x+8=0$

15. $x^3 + 7x-6=0$

16. $x^3+7x+5=0$

17. $x^3+3x-1=0$

18. $x^3+2x-11=0$

19. $x^3 + x-3=0$

20. $x^3+x+1=0$

В задачах **21- 40** результаты измерений величин x и y даются таблицей. Предполагая, что между переменными х и у существует линейная функциональная зависимость $y=ax+b$, найти, пользуясь способом наименьших квадратов, эту функцию. Вычислить с помощью полученной формулы приближённые значения y при x= 2,5 и x = 6.

21.

x	1	2	3	4	5
y	1.2	3.8	6.7	9.2	12

22.

x	1	2	3	4	5
y	0.5	3.6	7.0	10.1	13.2

23.

x	1	2	3	4	5
y	4.8	5.8	4.3	2.3	2.8

24.

x	1	2	3	4	5
y	3.2	4.2	2.7	0.7	1.2

25.

x	1	2	3	4	5
y	3.4	4.4	2.9	0.9	1.4

26.

x	1	2	3	4	5
y	4.6	5.6	4.1	2.1	2.6

27.

x	1	2	3	4	5
y	3.6	4.6	3.1	1.1	1.6

28.

x	1	2	3	4	5
y	4.4	5.4	3.9	1.9	2.4

29.

x	1	2	3	4	5
y	4.1	5.1	3.6	1.6	2.1

30.

x	1	2	3	4	5
y	3.8	4.8	3.3	1.3	1.8

31.

x	1	2	3	4	5
y	2.8	3.8	2.3	0.3	0.8

32.

x	1	2	3	4	5
y	5.2	6.2	4.7	2.7	3.2

33.

x	1	2	3	4	5
y	5.4	6.4	4.9	2.9	3.4

34.

x	1	2	3	4	5
y	3.5	4.8	5.8	7.1	8.2

35.

x	1	2	3	4	5
y	0.3	2.6	5	7.5	10

36.

x	1	2	3	4	5
y	1.0	4.2	7.5	10.5	13.8

37.

X	1	2	3	4	5
y	4.0	5.0	3.5	1.5	2.0

38.

X	1	2	3	4	5
y	0.8	4.1	7.3	10.6	14.0

39.

x	1	2	3	4	5
y	3.8	5.3	6.7	8.4	9.7

40.

x	1	2	3	4	5
y	1.1	4.4	7.9	11.4	14.7

В задачах **41- 60** построить интерполяционный полином Ньютона для функции, заданной таблично. С помощью полученного полинома найти приближённое значение функции в точке *z*.

41.

x	30	35	40	45
y	3.4012	3.5554	3.6889	3.8067

z=32

42.

x	30	35	40	45
y	1.4771	1.5441	1.6021	1.6532

z=38

43.

x	1.6	1.8	2.0	2.2
y	4.9530	6.0496	7.3891	9.0250

z=1.9

44.

x	4	5	6	7
y	1.3863	1.6094	1.7918	1.9459

z=4.5

45.

x	12	14	16	18
y	1.0792	1.1461	1.2041	1.2553

z=13

46.

x	0.5	0.7	0.9	1.1
y	1.6487	2.0138	2.4596	3.0042

z=0.6

47.

x	7	8	9	10
y	1.9459	2.0794	2.1972	2.3026

z=7.5

48.

x	11	12	13	14
y	1.0414	1.0792	1.1139	1.1461

z=12.5

49.

x	0.6	0.8	1.0	1.2
y	1.8221	2.2255	2.7183	3.3201

z=0.7

50.

x	3	5	7	9
y	1.0986	1.6094	1.9459	2.1972

z=6.5

51.

x	25	35	45	55
y	1.3679	1.5441	1.6532	1.7404

z=32

52.

x	1	1.2	1.4	1.6
y	2.7183	3.3201	4.0552	4.9530

z=1.1

53.

x	10	12	14	16
y	2.3026	2.4849	2.6391	2.7726

z=11.5

54.

x	40	45	50	55
y	1.6021	1.6532	1.6990	1.7404

z=42

55.

x	0.2	0.4	0.6	0.8
y	1.2214	1.4918	1.8221	2.2255

z=0.3

56.

x	20	25	30	35
y	2.9957	3.2189	3.4012	3.5554

z=22

57.

x	20	22	24	26
y	1.3010	1.3424	1.3802	1.4150

z=23

58.

x	1.3	1.5	1.7	1.9
y	3.6693	4.4817	5.4739	6.6859

z=1.4

59.

x	10	15	20	25
y	2.3026	2.7081	2.9957	3.2189

z=14

60.

x	20	25	30	35
y	1.3010	1.3979	1.4771	1.5441

z=22

В задачах **61- 80** функция $y=f(x)$ задана таблицей. Используя конечные разности до пятого порядка включительно, найти приближённые значения первой и второй производных этой функции в первых двух табличных точках.

61.

x	16	17	18	19	20	21	22
y	2.7726	2.8332	2.8904	2.9444	2.9957	3.0445	3.0910

62.

x	8	9	10	11	12	13	14
y	2.0794	2.1972	2.3026	2.3979	2.4849	2.5650	2.6391

63.

x	10	11	12	13	14	15	16
y	4.6052	4.7958	4.9692	5.1299	5.2781	5.4161	5.5452

64.

x	12	13	14	15	16	17	18
y	2.4849	2.5650	2.6391	2.7080	2.7726	2.8332	2.8904

65.

x	50	55	60	65	70	75	80
y	1.6990	1.7404	1.7782	1.8129	1.8451	1.8751	1.9031

66.

x	20	25	30	35	40	45	50
y	1.3010	1.3979	1.4771	1.5441	1.6021	1.6532	1.6990

67.

x	11	16	21	26	31	36	41
y	1.0414	1.2041	1.3222	1.4150	1.4914	1.5563	1.6128

68.

x	12	17	22	27	32	37	42
y	1.0792	1.2304	1.3424	1.4314	1.5051	1.5682	1.6232

69.

x	14	19	24	29	34	39	44
y	1.1461	1.2788	1.3802	1.4624	1.5315	1.5911	1.6435

70.

x	3	5	7	9	11	13	15
y	0.4771	0.6990	0.8451	0.9542	1.0414	1.1139	1.1761

71.

x	2	4	6	8	10	12	14
y	0.3010	0.6021	0.7782	0.9031	1.0000	1.0792	1.1461

72.

x	2	7	12	17	22	27	32
y	0.6931	1.9495	2.4849	2.8332	3.0910	3.2958	3.4657

73.

x	11	13	15	17	19	21	23
y	3.3166	3.6056	3.8730	4.1231	4.3589	4.5826	4.7958

74.

x	1	3	5	7	9	11	13
y	3.1623	5.4772	7.0711	8.3666	9.4868	10.4881	11.4018

75.

x	4	9	14	19	24	29	34
y	1.3863	2.1972	2.6391	2.9444	3.1781	3.3673	3.5264

76.

x	5	10	15	20	25	30	35
y	1.6094	2.3026	2.7081	2.9957	3.2189	3.4012	3.5554

77.

x	6	11	16	21	26	31	36
y	1.7918	2.3979	2.7726	3.0445	3.2581	3.4340	3.5835

78.

x	3	8	13	18	23	28	33
y	1.0986	2.0794	2.5650	2.8904	3.1360	3.3322	3.4965

79.

x	2	4	6	8	10	12	14
y	4.4721	6.3246	7.7460	8.9443	10.0000	10.9545	11.8322

80.

x	2	3	4	5	6	7	8
y	0.6931	1.0986	1.3863	1.6094	1.7918	1.9459	2.0794

В задачах **81-100** вычислить определённый интеграл приближённо по формуле Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 равных частей. Вычисления производить с округлением до четвёртого десятичного знака.

81. $\int_{-1}^{9} \frac{dx}{\sqrt{2x^3+3x^2+3x+3}}$ **82.** $\int_{0}^{10} \frac{dx}{\sqrt{2x^3+6x^2+3x+5}}$

83. $\int_{-1}^{9} \frac{dx}{\sqrt{2x^3+4x^2+7x+6}}$ **84.** $\int_{0}^{10} \frac{dx}{\sqrt{2x^3+2x^2+6x+3}}$

85. $\int_0^{10} \frac{dx}{\sqrt{x^3+4x^2+6x+1}}$

86. $\int_{-1}^{9} \frac{dx}{\sqrt{2x^3+4x^2+2x+7}}$

87. $\int_0^{10} \frac{dx}{\sqrt{3x^3+x^2+3x+1}}$

88. $\int_0^{10} \frac{dx}{\sqrt{x^3+7x^2+2x+2}}$

89. $\int_0^{10} \frac{dx}{\sqrt{2x^3+3x^2+5x+1}}$

90. $\int_{-1}^{9} \frac{dx}{\sqrt{2x^3+x^2+3x+8}}$

91. $\int_{-1}^{9} \frac{dx}{\sqrt{x^3+x^2+2x+7}}$

92. $\int_0^{10} \frac{dx}{\sqrt{3x^3+2x^2+7x+2}}$

93. $\int_0^{10} \frac{dx}{\sqrt{2x^3+6x^2+6x+5}}$

94. $\int_0^{10} \frac{dx}{\sqrt{2x^3+4x^2+x+7}}$

95. $\int_{-1}^{9} \frac{dx}{\sqrt{3x^3+5x^2+7x+7}}$

96. $\int_{-2}^{8} \frac{dx}{\sqrt{2x^3+4x^2+3x+10}}$

97. $\int_{-2}^{8} \frac{dx}{\sqrt{2x^3+4x^2+3x+8}}$

98. $\int_{-1}^{9} \frac{dx}{\sqrt{2x^3+7x^2+4x+4}}$

99. $\int_0^{10} \frac{dx}{\sqrt{x^3+4x^2+7x+2}}$

100. $\int_{-2}^{8} \frac{dx}{\sqrt{x^3+3x^2+4x+6}}$

В задачах **101- 110** решить методом Адамса дифференциальное уравнение первого порядка при заданном начальном условии на отрезке [0;1] с шагом h=0.1. Все вычисления производить с округлением до четвертого десятичного знака числами.

101. $y' = 3x - y$, $y(0)=1$.

102. $y' = x + 2y$, $y(0)=1$.

103. $y' = x^2 - 2y$, $y(0)=1$.

104. $y' = x^2 + y$, $y(0)=1$.

105. $y' = 4x + y$, $y(0)=1$.

106. $y' = x - y$, $y(0)=1$.

107. $y' = 2x + y$, $y(0)=1$.

108. $y' = x^2 - xy$, $y(0)=0.1$.

109. $y' = 4x - y$, $y(0)=1$.

110. $y' = x - 2y$, $y(0)=1$.

В задачах **111- 120** решить методом Рунге-Кутта дифференциальное уравнение первого порядка при заданном начальном условии на отрезке [0;1] с шагом h=0.1. Все вычисления производить с округлёнными до четвёртого десятичного знака числами.

111. $y' = x - 2y$, $y(0)=1$.

112. $y' = 2x + y$, $y(0)=1$.

113. $y' = x - y$, $y(0)=1$.

114. $y' = 4x + y$, $y(0)=1$.

115. $y' = x^2 - 2y$, $y(0)=1$.

116. $y' = x^2 + y$, $y(0)=1$.

117. $y' = x + 2y$, $y(0)=1$.

118. $y' = 3x - y$, $y(0)=1$.

119. $y' = x^2 - xy$, $y(0)=0{,}1$.

120. $y' = 4x - y$, $y(0)=1$.

В задачах **121- 140** решить задачу линейного программирования графическим методом.

121. $L = 3x_1 - x_2 \to max$

при ограничениях

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \le 6 \\ 2x_1 - 3x_2 \le 6 \\ x_1 \le 6 \\ x_2 \le 6 \\ x_1 \ge 0; x_2 \ge 0 \end{cases}$$

122. $L = 5x_1 - 2x_2 \to min$

при ограничениях

$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \le 0 \\ x_1 - x_2 \le -3 \\ 2x_1 - 3x_2 \le 6 \\ x_1 \le 6 \\ x_1 \ge 0; x_2 \ge 0 \end{cases}$$

123. $L = 2x_1 - 2x_2 \to min$

при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \ge -2 \\ -x_1 + 2x_2 \le 7 \\ -4x_1 + 3x_2 \ge -12 \\ x_1 + 3x_2 \le 18 \\ x_1 \ge 0; x_2 \ge 0 \end{cases}$$

124. $L = 6x_1 + x_2 \to max$

при ограничениях

$$\begin{cases} 6x_1 - x_2 \ge 3 \\ -x_1 + 2x_2 \le 8 \\ 3x_1 + 2x_2 \le 24 \\ x_1 - x_2 \le 3 \\ x_1 + 2x_2 \ge 2 \\ x_1 \ge 0; x_2 \ge 0 \end{cases}$$

125. $L = -2x_1 + 3x_2 \to max$

при ограничениях

$$\begin{cases} -2x_1 - x_2 \ge 0 \\ -x_1 + 2x_2 \le 3 \\ x_1 \le 3 \\ x_1 \ge 0; x_2 \ge 0 \end{cases}$$

126. $L = 5x_1 + x_2 \to max$

при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \le 0 \\ -5x_1 + 9x_2 \le 45 \\ x_1 + 2x_2 \ge 4 \\ x_1 \le 5; \\ x_1 \ge 0; x_2 \ge 0 \end{cases}$$

127. $L = 4x_1 + 2x_2 \to max$

при ограничениях

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \ge 0 \\ x_1 + x_2 \ge 3 \\ x_1 + 2x_2 \le 16 \\ x_1 \le 4 \\ x_1 - x_2 \le 0 \end{cases}$$

128. $L = 2x_1 + x_2 \to max$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \ge -2 \\ x_1 - 3x_2 \ge -10 \\ x_1 + 2x_2 \ge 4 \\ x_1 \le 8 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

129. $L = 5x_1 - 2x_2 \to max$

при ограничениях

$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \le 0 \\ x_1 - x_2 \ge -3 \\ 2x_1 - 3x_2 \le 6 \\ x_1 \le 6 \\ x_1 \ge 0; x_2 \ge 0 \end{cases}$$

130. $L = x_1 - 2x_2 \to min$

при ограничениях

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \le 6 \\ x_1 + 2x_2 \le 10 \\ x_1 - 3x_2 \ge 6 \\ x_1 + x_2 \ge 3 \\ x_1 \ge 0; x_2 \ge 0 \end{cases}$$

131. $L = -2x_1 + x_2 \to max$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 7 \\ x_1 \leq 6 \\ x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

132. $L = x_1 + 3x_2 \to max$

при ограничениях

$$\begin{cases} 10x_1 + 3x_2 \geq 30 \\ -x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_2 \geq 2 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$$

133. $L = 3x_1 + 2x_2 \to min$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \geq 1 \\ x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ x_1 \geq 1 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

134. $L = 2x_1 + 2x_2 \to max$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 \leq 0 \\ x_1 + 2x_2 \geq 16 \\ x_1 - x_2 \geq -2 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

135. $L = 2x_1 + x_2 \to min$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 12 \\ 2x_1 - x_2 \leq 12 \\ 2x_1 - x_2 \geq 0 \\ 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

136. $L = 4x_1 - 3x_2 \to min$

при ограничениях

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 5 \\ 5x_1 - 2x_2 \leq 20 \\ 8x_1 - 3x_2 \geq 0 \\ 5x_1 - 6x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

137. $L = 3x_1 + 2x_2 \to max$

при ограничениях

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ 4x_1 - x_2 \leq 20 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

138. $L = 2x_1 + 5x_2 \to min$

при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ -x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 + 2x_2 \leq 14 \\ -x_1 + 3x_2 \geq 5 \\ x_1 \leq 4 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

139. $L = 2x_1 - 3x_2 \to max$

при ограничениях

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 2 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 16 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ 2x_1 - x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

140. $L = x_1 - 3x_2 \to min$

при ограничениях

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ 2x_1 - x_2 \leq 6 \\ -x_1 + x_2 \leq 3 \\ 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

Раздел 1.Общие методические указания по изучению дисциплины………… 3
1.1.Цели и задачи дисциплины………………………………………. 3
1.2.Библиографический список……………………………………… 4
1.3. Распределение учебного времени по модулям (разделам) и темам дисциплины………………………………………………. 5
Раздел 2.Содержание учебных модулей дисциплины и методические указания по их изучению…………………………………………….. 6
Раздел 3.Задания для контрольной работы и методические указания по её выполнению………………………………………………… 13
3.1.Методические указания по выполнению контрольной работы… 13
3.2.Задачи для контрольной работы……………………………….. 15