

Задача 1. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ следующих функций.

1. а) $y = x^2 \arccos \sqrt{x}$; б) $y = \ln c \operatorname{tg} \frac{x}{3}$; в) $x = 2t^2 + t$, $y = \ln t$.
2. а) $y = \frac{x}{2} \cdot \sqrt{25 - x^2} + \frac{25}{2} \arccos \frac{x}{5}$; б) $y = e^{\operatorname{ctg} 2x}$; в) $x = \frac{1-t}{1+t^2}$, $y = \frac{2+t^2}{t^2}$.
3. а) $y = \frac{1}{6} \ln \frac{x-3}{x+3}$; б) $y = \operatorname{arcctg} e^{5x}$; в) $x = \sin^2 3t$, $y = \cos^2 3t$.
4. а) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$; б) $y = \frac{1 - \cos 3x}{1 + \cos 3x}$; в) $x = t^4 + 2t$, $y = t^2 + 5t$.
5. а) $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} + \arccos \frac{1}{x^2}$; б) $y = (x-1)e^{x^2}$; в) $x = t - \ln \sin t$, $y = t + \ln \cos t$.
6. а) $y = \frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 x + \ln \sin x$; б) $y = e^{\cos 3x}$; в) $x = \operatorname{tg} t$, $y = \frac{1}{\sin^2 t}$.
7. а) $y = \ln(\sqrt{x} - \sqrt{x-2}) + \sqrt{x^2 + 2x}$; в) $x = t^2 - t^3$, $y = 2t^3$.
8. а) $y = \ln \cos 2x - \ln \sin 2x$; б) $y = 2^{\operatorname{ctg}^2 3x}$; в) $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$.
9. а) $y = \arccos \frac{x-1}{x+1}$; б) $y = \ln c \operatorname{tg} \sqrt{x+2}$; в) $x = 3 \sin t$, $y = 3 \cos^2 t$.
10. а) $y = \frac{\operatorname{tg}^3 x}{3} - \frac{\operatorname{ctg}^2 x}{2}$; б) $y = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$; в) $x = 2t - t^2$, $y = 2t^3$.

Задача 2. Методами дифференциального исчисления исследовать функцию $y = f(x)$ и по результатам исследования построить её график; б) найти наименьшее и наибольшее значения заданной функции на отрезке $[a; b]$.

1. а) $y = \frac{4x}{4+x^2}$, б) $[-3; 3]$.
2. а) $y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$, б) $[-1; 1]$.
3. а) $y = \frac{x^3}{x^2+1}$, б) $[-2; 2]$.
4. а) $y = \frac{x^2-5}{x-3}$, б) $[-2; 2]$.
5. а) $y = \frac{2-4x^2}{1-4x^2}$, б) $[1; 4]$.
6. а) $y = \frac{4x^3+5}{x}$, б) $[1; 5]$.
7. а) $y = \frac{3x-2}{x^3}$, б) $[1; 9]$.
8. а) $y = \frac{x^2-3}{x-1}$, б) $[-3; 0]$.
9. а) $y = \frac{x}{x^3-1}$, б) $[-4; 0]$.
10. а) $y = \frac{x^3-3}{x^2+9}$, б) $[-2; 2]$.

Задача 3. Найти неопределённые интегралы.

1. $\int \frac{5x-7}{x^2-3x+2} dx$ $\int \frac{x}{5-x^4} dx$ $\int x \sin 7x dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$ $\int \cos(5-2x) dx$
2. $\int \frac{x+7}{x^2+5x+7} dx$ $\int \frac{x}{\sqrt{9-x^4}} dx$ $\int \cos(7+5x) dx$ $\int x \cos 7x dx$ $\int \frac{\sqrt{x}-9}{3\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}} dx$

3. $\int \frac{3x+1}{2x^2+5x-3} dx \int \frac{dx}{(x+1)\ln(x+1)} \int xe^{7x} dx \int \frac{1+\sqrt[6]{x}}{\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}} dx \int \sin(3-2x) dx$
4. $\int \frac{4x-1}{x^2-5x+6} dx \int \frac{dx}{\sqrt[4]{x}+\sqrt{x}} \int 7^{\frac{1}{x}} \frac{1}{x^2} dx \int x \sin 5x dx \int e^{2x-1} dx$
5. $\int \frac{2x+3}{x^2+6x+12} dx \int \frac{xdx}{\sqrt{x^4+9}} \int x \cos 5x dx \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}} dx \int \frac{dx}{3x-7}$
6. $\int \frac{3x+3}{x^2+5x+6} dx \int \frac{\arcsin^5 2x dx}{\sqrt{1-4x^2}} \int \frac{dx}{3-7x} \int xe^{5x} dx \int \frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}} dx$
7. $\int \frac{3x-4}{4x^2+4x+10} dx \int e^{2-x} dx \int \frac{dx}{x\sqrt{3-\ln^2 x}} \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}} dx \int x \sin 3x dx$
8. $\int \frac{x+4}{x^2+3x+2} dx \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}} dx \int \frac{e^{tgx} dx}{\cos^2 x} \int \cos(3+2x) dx \int x \cdot e^{3x} dx$
9. $\int \frac{2x+7}{x^2+10x+29} dx \int \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}} dx \int \frac{\cos 5x}{25+\sin^2 5x} dx \int x \sin 4x dx \int e^{5x+2} dx$
10. $\int \frac{5x+4}{x^2+5x-6} dx \int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}} \int \frac{dx}{(\arcsin 2x+3) \cdot \sqrt{1-4x^2}} \int x \cos 4x dx \int \frac{dx}{4x+5}$

Задача 4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

1. $y = x^2, y = 2 - x^2$
2. $y = x^2 + 4x, y = 4 + x$
3. $y = x^2, y = 8 - x^2$
4. $y = x^2 + 2x, y = 2 + x$
5. $y = -x^2 + 4x, y = x^2 - 4x$
6. $y = x^2 + 3x, y = 3 + x$
7. $y = x^2 + x, y = x + 1$
8. $y = x^2 + 5x, y = x + 5$
9. $y = x^2, y = 18 - x^2$
10. $y = x^2 - x, y = 1 - x$