Практическое занятие № 1 «ОБНАРУЖЕНИЕ ГРУБЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ»

Цель занятия: получить практические навыки обработки результатов измерений по обнаружению грубых погрешностей с использованием критерия Романовского.

Задание: Решить задачи согласно полученному варианту.

Общие сведения

Грубой погрешностью (промахом) называется погрешность, существенно превышающая значение ожидаемой погрешности при данных условиях проведения измерительного эксперимента. Обычно грубая погрешность является следствием значительного внезапного изменения условий эксперимента: скачка тока источника электропитания; не учтённое экспериментатором изменение температуры окружающей среды (при длительном эксперименте); неправильный отсчёт показаний из-за отвлечения внимания экспериментатора и др. Наличие грубых погрешностей в выборке результатов измерений могут сильно исказить среднее значение выборки и как следствие доверительный интервал. Поэтому выявление и исключение результатов, содержащих промах, обязательно.

Обычно результат измерения, содержащий грубую погрешность, сразу виден в ряду измеренных значений, но в каждом конкретном случае это необходимо доказать. Одним из критериев для оценки промаха является критерий Романовского.

В этом случае используют уровень значимости β, который определяется равенством

$$\beta = \frac{|\overline{X} - X\,min/max|}{S} \qquad (1.1)$$

где $\overline{X}$ - среднее арифметическое:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad (1.2)$$

где x_i – результат измерения в ряду измеренных значений; $x_{min/max}$ – результат измерения, подозрительный на содержание грубой погрешности (x_{min} – наименьший результат измерения в ряду измеренных значений, x_{max} – наибольший результат измерения в ряду измеренных значений); S –

статистическое среднее квадратическое отклонение (СКО):

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}} \qquad (1.3)$$

где n – количество измерений.

В зависимости от выбранной доверительной вероятности P, т.е. от желания экспериментатора получить уверенный результат проверки гипотезы, и числа измерений n из табл. 1 находят теоретический уровень значимости $\beta_т$ и сравнивают с ним рассчитанное значение β. Если $\beta > \beta_т$, то результат $x_{min/max}$ следует отбросить как содержащий грубую погрешность. Если $\beta < \beta_т$, то выборку следует сохранить в полном объёме. Как правило, критерий Романовского применяют при объёме выборки n < 20.

Табл. 1 – Значения теоретического уровня значимости $\beta_т$.

n	*P*		
	0,90	0,95	0,99
3	1,412	1,414	1,414
5	1,869	1,917	1,972
7	2,093	2,182	2,310
9	2,238	2,349	2,532
11	2,343	2,470	2,689
13	2,426	2,563	2,809
15	2,523	2,670	2,946
17	2,551	2,701	2,983
19	2,601	2,754	3,049

Пример решения задачи

Задача .1. При многократном измерении напряжения электрического тока с помощью цифрового вольтметра получены значения в В: 10,38; 10,37; 10,39; 10,38; 10,39; 10,44; 10,41; 10,5; 10,45; 10,39; 11,1; 10,45. Проверить полученные результаты измерений на наличие грубой погрешности с вероятностью $P = 0{,}95$.

Решение.

1. По формуле (.2) находится среднее арифметическое значение M_x

$$M_x = \frac{10{,}38 + 10{,}37 + 10{,}39 + 10{,}38 + 10{,}39 + 10{,}44 + 10{,}41 +}{12} \to \cdots$$

$$\cdots \to \frac{+10{,}5 + 10{,}45 + 10{,}39 + 11{,}1 + 10{,}45}{} = 10{,}47 \text{ В}.$$

2. По формуле (.3) рассчитывается среднее квадратическое отклонение S_x данного ряда

$$S_x = \sqrt{\frac{0{,}09^2 + 0{,}1^2 + 0{,}08^2 + 0{,}09^2 + 0{,}08^2 + 0{,}03^2 + 0{,}06^2 +}{(12-1)}} \to \ldots$$

$$\ldots \to \sqrt{\frac{+0{,}03^2 + 0{,}02^2 + 0{,}08^2 + 0{,}63^2 + 0{,}02^2}{}} = 0{,}2.$$

3. Из ряда измеренных значений напряжения выбираем результаты, подозрительные на содержание грубой погрешности: наименьший $x_{\min}$ = = 10,37 В и наибольший $x_{\max} = 11{,}1$ В.

Рассчитываем критерий $\beta_{\min}$ для $x_{\min} = 10{,}37$ В по формуле (.1)

$$\beta_{\min} = \frac{|10{,}47 - 10{,}37|}{0{,}2} = 0{,}5.$$

Рассчитываем критерий $\beta_{\max}$ для $x_{\max} = 11{,}1$ В

$$\beta_{\max} = \frac{|10{,}47 - 11{,}1|}{0{,}2} = 3{,}15.$$

4. Из таблицы .1 при заданном значении доверительной вероятности $P = 0{,}95$ и числа измерений $n = 12$ находим теоретический уровень значимости $\beta_т$ для данного ряда

$$\beta_т = 2{,}52.$$

Примечание. Значение $\beta_т$ для $n = 12$ находится следующим образом

$$\beta_{т/n=12} = \frac{\beta_{т/n=11} + \beta_{т/n=13}}{2}.$$

Аналогично находятся значения $\beta_т$ для всех чётных значений n.

5. Сравниваем значения β_{min} и β_{max} с найденным значением $\beta_т$:

$$0{,}5 < 2{,}52, \text{ т.е. } \beta_{min} < \beta_т,$$

следовательно результат $x_{min} = 10{,}37$ В не содержит грубую погрешность и его следует оставить в ряду измеренных значений.

$$3{,}15 > 2{,}52, \text{ т.е. } \beta_{max} > \beta_т,$$

следовательно результат $x_{max} = 11{,}1$ В содержит грубую погрешность и его следует исключить из ряда измеренных значений.

6. После исключения промаха из ряда значений необходимо пересчитать значения M_x, S_x, β_{min} и β_{max}, так как изменилось x_{max} ($x_{max} = 10{,}5$ В) и количество измерений n ($n = 11$).

$M_x = 10{,}414$; $S_x = 0{,}041$; $\beta_{min} = 1{,}069$ для $x_{min} = 10{,}37$ В; $\beta_{max} = 2{,}116$ для $x_{max} = 10{,}5$ В; $\beta_{т/n=11} = 2{,}47$.

Как видно $1{,}069 < 2{,}47$, т.е. $\beta_{min} < \beta_т$, и $2{,}11 < 2{,}47$, т.е. $\beta_{max} < \beta_т$. Из приведённых расчётов следует, что полученный ряд измеренных значений напряжения электрического тока не содержит промахов с вероятностью $P = 0{,}95$.

При многократном измерении физической величины X получен ряд измеренных значений. Используя критерий Романовского, необходимо проверить полученные результаты измерений на наличие грубой погрешности с вероятностью P.

Исходные данные:

№ задачи	X	Результаты измерений	P
1	V, $м^3$	4,25; 4,21; 4,23; 4,21; 4,25; 4,23; 4,26; 4,22; 4,21; 4,23; 4,86; 4,21; 4,25; 4,24; 4,26; 4,22	0,95
2	S, $м^2$	7,36; 7,32; 7,34; 7,32; 7,36; 7,97; 7,34; 7,37; 7,33; 7,32; 7,34; 7,32; 7,36; 7,38; 7,37; 7,33	0,99
3	ρ, $кг/м^3$	85,6; 85,7; 85,9; 85,6; 85,7; 85,8; 84,12; 85,6; 85,9; 85,9; 85,7; 85,8; 85,7; 85,8; 85,9; 85,6	0,9
4	P, Па	403; 408; 410; 405; 406; 398; 496; 404, 410; 353; 406; 398; 496; 404; 410; 405; 406; 398	0,99
5	m, кг	0,7; 0,74; 0,38; 0,69; 0,72; 0,68; 0,68; 0,7; 0,71; 0,5; 0,74; 0,7; 0,69; 0,72; 0,68; 0,69; 0,72; 0,68; 0,68	0,9
6	T, °C	15,6; 15,7; 15,9; 15,6; 15,7; 15,8; 14,1; 15,6; 15,9; 15,9; 15,7; 17,8; 15,7; 15,8; 15,9; 15,6	0,95
7	R, Ом	3258; 3259; 3563; 3258; 3259; 3257; 3256; 3254; 3257; 3258; 3259; 3263; 3258; 3259; 3257; 3456; 3254; 3257	0,99
8	t, c	116; 117; 116; 115; 117; 101; 116; 115; 117; 115; 112; 117; 116; 115; 117; 116; 116; 114; 117	0,95