

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 1

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx; \text{ б) } \int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx; \text{ в) } \int \frac{dx}{x^3 + 8}; \text{ г) } \int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x+1}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 16} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx.$$

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 3x^2 + 1$ и прямой $y = 3x + 7$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$(x^2 + y^2)^3 = a^2 x^2 y^2.$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$z = 0, \quad z = x, \quad y = 0, \quad y = 4, \quad x = \sqrt{25 - y^2}.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_e (x^2 - y) dx - (x - y^2) dy$$

вдоль дуги 1 окружности $x = 5 \cos t$, $y = 5 \sin^2 t$, обходя ее против хода часовой стрелки от точки А (5; 0) до точки В (0; 5). Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 2

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{x dx}{(x^2 + 4)^6}; \text{ б) } \int e^x \ln(1 + 3e^x) dx; \text{ в) } \int \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 1}; \text{ г) } \int \frac{dx}{\sin x + \operatorname{tg} x}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_2^{12} \sqrt{x^3 + 9} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_{-\infty}^{-3} \frac{x dx}{(x^2 + 1)^2}.$$

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной одной аркой циклоиды $x = a(t - \sin t)$; $y = a(1 - \cos t)$; ($0 \leq t \leq 2\pi$) и осью Ox .

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2(4x^2 + y^2).$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость xOy .

$$z = 0, \quad z = 9 - y^2, \quad x^2 + y^2 = 9.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_e (x + y) dx - (x - y) dy$$

вдоль ломанной $l = OAB$, где $O(0; 0)$; $A(2; 0)$; $B(4; 5)$. Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 3

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^8}}; \text{ б) } \int x3^x dx; \text{ в) } \int \frac{(3x-7)dx}{x^3+4x^2+4x+16}; \text{ г) } \int \frac{dx}{\sqrt{x+3} + \sqrt[3]{x+3^2}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-3}^7 \sqrt{x^3+32} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_{-1}^{-\infty} \frac{dx}{x^2+x+1}.$$

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $r = 3(1 + \cos \varphi)$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$(x^2 + y^2)^3 = a^2 x^2 (4x^2 + 3y^2).$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$z = 0, \quad z = 4 - x - y, \quad x^2 + y^2 = 4.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_e \frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2}$$

вдоль границы $\triangle ABC$, обходя ее против хода часовой стрелки, если $A(1; 0)$; $B(1; 1)$; $C(0; 1)$. Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 4

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{dx}{\cos^2 x (3 \operatorname{tg} x + 1)}; \text{ б) } \int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx; \text{ в) } \int \frac{dx}{x^3 + x^2 + 2x + 2}; \text{ г) } \int \frac{x^2 + \sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^{10} \sqrt{x^3 + 5} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_0^{-1} \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}}.$$

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной четырехлепестковой розой $r = 4 \sin 2 \varphi$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2 (3x^2 + y^2).$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$z = 0, \quad z = y^2, \quad x^2 + y^2 = 9.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_e (x^2 - 2xy) dx + (y^2 - 2xy) dy$$

вдоль дуги 1 параболы $y = x^2$ от точки А (-1; 1) до точки В (1; 1). Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 5

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\cos 3x dx}{4 + \sin 3x}; \quad \text{б) } \int x^2 e^{3x} dx; \quad \text{в) } \int \frac{x^2 dx}{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}; \quad \text{г) } \int \frac{\cos x dx}{1 + \cos x}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-1}^9 \sqrt{x^3 + 2} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}.$$

Задание 4.

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oх фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$x^4 = a^2 (3x^2 - y^2).$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$z = 0, \quad y + z = 4, \quad x^2 + y^2 = 4.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_e (x^2 y - 3x) dx + (y^2 x - 2y) dy$$

вдоль верхней половины 1 эллипса $x = 3 \cos t, y = 2 \sin t, (0 \leq t \leq \pi)$.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 6

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{\cos^2 x}}; \text{ б) } \int x \arcsin \frac{1}{x} dx; \text{ в) } \int \frac{(x+3)dx}{x^3 + x^2 - 2x}; \text{ г) } \int \frac{(\sqrt[4]{x} + 1)dx}{(\sqrt{x} + 4)\sqrt[4]{x^3}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_2^{12} \sqrt{x^3 + 4} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_{-3}^2 \frac{dx}{(x+3)^2}.$$

Задание 4.

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oх фигуры, ограниченном полуэллипсом $y = 3\sqrt{1-x^2}$, параболой $x = \sqrt{1-y}$ и осью Oу.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$x^6 = a^2 (x^4 - y^4).$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x o y.

$$z = 0, \quad 4z = y^2, \quad 2x - y = 0, \quad x + y = 9.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_e (x^2 + y)dx - (y^2 - x)dy$$

вдоль ломанной t = ABC, где A (1; 2); B (1; 5); C (3; 5). Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 7

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{(x + \operatorname{arctg} x) dx}{1 + x^2}; \quad \text{б) } \int x \ln(x^2 + 1) dx; \quad \text{в) } \int \frac{(x^2 - 3) dx}{x^4 + 5x^2 + 6}; \quad \text{г) } \int \frac{\sqrt{x + 5} dx}{1 + \sqrt[3]{x + 5}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_1^{11} \sqrt{x^3 + 3} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_{-\infty}^{-3} \frac{dx}{x \ln x}.$$

Задание 4.

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной кривыми $y = 2 / (1 + x^2)$ и $y = x^2$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$x^4 = a^2 (x^2 - 3y^2).$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$z = 0, \quad x^2 + y^2 = z, \quad x^2 + y^2 = 4.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_e y dx + \frac{x}{y} dy$$

вдоль дуги 1 кривой $y = e^{-x}$ от точки А (0; 1) до точки В (-1; e). Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 8

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\arctg \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)} dx; \text{ б) } \int x \sin x \cos x dx; \text{ в) } \int \frac{x^2 dx}{x^4 - 81}; \text{ г) } \int \frac{dx}{3 \cos x + 4 \sin x}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-3}^7 \sqrt{x^3 + 36} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_{-\infty}^{-3} \frac{dx}{(x-2)^2}.$$

Задание 4.

Вычислить длину дуги полукубической параболы $y = \sqrt{(x-2)^3}$ от точки А (2; 0) до точки В (6; 8).

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$y^6 = a^2 (y^4 - x^4).$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$z = 0, \quad z = 1 - y^2, \quad x = y^2, \quad x = 2y^2 + 1.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_e \frac{y^2 + 1}{y} dx - \frac{x}{y^2} dy$$

вдоль отрезка $t = AB$ прямой от точки А (1; 2) до точки В (2; 4). Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 9

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{3+2\cos x}}; \text{ б) } \int x^2 \sin 4x dx; \text{ в) } \int \frac{(x^2-x+1)dx}{x^4+2x^2-3}; \text{ г) } \int \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[6]{x}+1)}{\sqrt[3]{x^2}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-2}^8 \sqrt{x^3+8} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}.$$

Задание 4.

Вычислить длину кардиоиды $r = 3(1 - \cos \varphi)$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2 (2x^2 + 3y^2).$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$z = 0, \quad z = 1 - x^2, \quad y = 0, \quad y = 3 - x.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int (xy - x^2)dx + xdy$$

вдоль дуги t параболы $y = 2x^2$ от точки $O(0; 0)$ до точки $A(1; 2)$. Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 10

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\sqrt[3]{4 + \ln x}}{x} dx; \text{ б) } \int x \ln^2 x dx; \text{ в) } \int \frac{(x^3 - 6)dx}{x^4 + 6x^2 + 8}; \text{ г) } \int \frac{dx}{2 \sin x + \cos x + 2}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 11} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}.$$

Задание 4.

Вычислить длину одной арки циклоиды $x = 3(t - \sin t)$; $y = 3(1 - \cos t)$; $(0 \leq t \leq 2\pi)$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$y^6 = a^2(x^2 + y^2)(3y^2 - x^2).$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$z = 0, \quad z = 4\sqrt{y}, \quad x = 0, \quad x + y = 4.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_e \frac{y}{x} dx + x dy$$

вдоль дуги 1 кривой $y = \ln x$ от точки А (1; 0) до точки В (e; 1). Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 11

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\cos x dx}{\sqrt[5]{\sin^2 x}}; \text{ б) } \int \frac{e^{4\operatorname{tg}x+5} dx}{\cos^2 x}; \text{ в) } \int \frac{x+2}{x^2+2x+2} dx; \text{ г) } \int \frac{\ln x dx}{x\sqrt{1+\ln x}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^{10} \sqrt{1+2x^3} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_2^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x}.$$

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = -x^2 - 4$ и прямой $2x - y + 1 = 0$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$(x^2 + y^2)^2 = 2a x^3.$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$z = 0, \quad z = 2x, \quad x + y = 3, \quad x = \sqrt{\frac{y}{2}}.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_C x dx - y dy$$

где C есть верхняя половина эллипса $x = a \cos t$, $y = b \sin t$, пробегаемая против хода часовой стрелки.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 12

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\sin 2x}{\sqrt[3]{1 + \cos^2 x}} dx; \text{ б) } \int \sqrt{x} \ln x dx; \text{ в) } \int \frac{x+1}{3+4x-x^2}; \text{ г) } \int \frac{1+\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{x-1}} dx.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-1}^9 \sqrt{x^3 + 3} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}.$$

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной гиперболой $xy = 1$, ветвью параболы $y = x^2$, находящейся в первом квадранте, и прямой $y = 4$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$(x^2 + y^2)^2 = 2a^2 (x^2 - y^2).$$

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$x = 0, y = 0, z = 0, x + y = 2, y = \sqrt{1-z}.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_C (x^2 - y)dx + (x + y)dy$$

где C есть треугольник с вершинами в точках $O(0; 0)$; $A(1; 0)$; $B(0; 1)$, пробегаемый против хода часовой стрелки.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 13

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{e^{2x} dx}{e^x - e^{-x}}; \text{ б) } \int \operatorname{arctg} \frac{1}{x} dx; \text{ в) } \int \frac{x+5}{2x^2+2x+3} dx; \text{ г) } \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x-1}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-2}^8 \sqrt{4+3x^2} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_2^{+\infty} \frac{x^2 dx}{x^3 - 4}.$$

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной астроидой $\begin{cases} x = 4 \cos^3 t \\ y = 4 \sin^3 t \end{cases}$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$(x^2 + y^2)^2 = 2a^2 xy.$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$z = 0, \quad z = 1 - y, \quad y = x^2.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_C 2x dx + y dy$$

где C есть дуга параболы $y^2 = x$ от точки $A(1; 1)$ до точки $B(4; 2)$.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 14

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{dx}{3+2\cos x}; \text{ б) } \int e^{-x} \sin 2x dx; \text{ в) } \int \frac{x-7}{x^2+4x+13} dx; \text{ г) } \int \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt[3]{x+1}+1} dx.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-3}^7 \sqrt{4+x^3} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_{-\infty}^{-3} \frac{x^2 dx}{1+x^6}.$$

Задание 4.

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oх фигуры, ограниченной кривыми $y = 2 - x^4$ и $y = x^2$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$x^3 + y^3 = axy.$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x o y.

$$z = 0, \quad z = 2 - x, \quad x = 1, \quad x = y^2.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_{(1;2)}^{(2;4)} 2xy^3 dx + 3x^2 y^2 dy$$

вдоль любого пути, соединяющего точки (1; 2) и (2; 4).

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 15

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{9-x^{10}}} dx; \text{ б) } \int x \arctg x dx; \text{ в) } \int \frac{x-2}{x^2+x+1} dx; \text{ г) } \int \frac{\cos x dx}{\sin x + \cos x}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_2^{12} \sqrt{x^3 + 7} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_{-1}^e \frac{dx}{x \ln^5 x}.$$

Задание 4.

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной полуэллипсом $2y = 3\sqrt{4-x^2}$ и параболой $4y = 4 - x^2$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$(x^2 + y^2)^5 = a^6 xy^3.$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$x = 0, y = 0, z = 0, x + y = 1, z = x^2 + 3y^2.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_C \frac{y dx - x dy}{x^2 + y^2}$$

где C есть окружность $x = R \cos t$, $y = R \sin t$, пробегаемая по ходу часовой стрелки.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 16

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{x-1}{x^3+1} dx; \text{ б) } \int (4x-1)e^{2x} dx; \text{ в) } \int \frac{x^2-3x+1}{(x+1)^2(x^2+4)}; \text{ г) } \int \frac{dx}{3\sin x+4\cos x}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_3^{13} \sqrt{x^3+1} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_2^6 \frac{dx}{\sqrt[3]{(5-x)^2}}.$$

Задание 4.

Вычислить длину дуги полукубической параболы $y = x^{3/2}$ от $x = 0$ до $x = 5$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$(x^2 + y^2)^5 = a^4 x^4 y^2.$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad x = 1, \quad x + y = 2, \quad z = x^2 + \frac{1}{2}y^2.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_{(0;0)}^{(3;4)} (x^2 - y)dx + (y^2 - x)dy$$

по любому пути, соединяющему точки $(0; 0)$ и $(3; 4)$.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 17

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}+2} dx; \text{ б) } \int (2-5x)\cos \frac{x}{2} dx; \text{ в) } \int \frac{8x+5}{x^2+4x+15} dx; \text{ г) } \int \frac{dx}{\sqrt{x-2}(1+\sqrt[3]{x-2})}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-5}^5 \sqrt{x^3+6} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_4^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}.$$

Задание 4.

Вычислить длину кривой $2y = e^x + e^{-x}$ от $x = 0$ до $x = \ln 3$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$(x^2 + y^2)^3 = a^4 y^2.$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad y + z = 1, \quad x = y^2 + 1.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_C (x-y)dx + (x+y)dy$$

где C есть окружность $x = R \cos t$, $y = R \sin t$, пробегаемая против хода часовой стрелки.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 18

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt[6]{x^5}} dx; \text{ б) } \int (3-2x)\sin 4x dx; \text{ в) } \int \frac{5x-3}{x^2+5x+23} dx; \text{ г) } \int \frac{dx}{\sin^2 x \sqrt{4-\operatorname{ctg}^2 x}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^{10} \sqrt{x^3+10} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx.$$

Задание 4.

Вычислить длину дуги кривой

$$\begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t \cos t \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t \sin t \end{cases} \text{ от } t = 0 \text{ до } t = \pi.$$

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$(x^2 + y^2)^3 = a^4 x^2.$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$z = 0, \quad z = \sqrt{1-y}, \quad y = x^2.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_{(1;2)}^{(3;6)} (3x^2y+1)dx + (x^3-2)dy$$

по любому пути, соединяющему точки (1; 2) и (3; 6).

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 19

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{(8 - 3\arctg x)^3 dx}{1 + x^2}; \text{ б) } \int \frac{\ln x dx}{x^4}; \text{ в) } \int \frac{3x - 2}{(x + 4)^2(x + 1)} dx; \text{ г) } \int \frac{dx}{3\sin x - 5\cos x + 4}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-4}^6 \sqrt{x^3 + 15} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_2^{+\infty} \frac{xdx}{x^2 - 1}.$$

Задание 4.

Найти длину дуги гиперболической спирали $\rho \varphi = 1$ от точки А (2; 1/2) до точки В (1/2; 2).

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$(x^2 + y^2)^3 = a^2(2x^2 + y^2).$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$x = 0, y = 0, z = 0, z = y^2, y + x = 2.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_e (xy - x)dx + \frac{1}{2}x^2 dy$$

вдоль параболы $y = 2\sqrt{x}$ от точки А (0; 0) до точки В (1; 2).

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 20

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{dx}{2+7\sin x}; \quad \text{б) } \int (x+9)\sin \frac{x}{3} dx; \quad \text{в) } \int \frac{x^2-x+1}{x^2(x^2+4)} dx; \quad \text{г) } \int \frac{\sqrt{x+3} dx}{1+\sqrt[3]{x+3}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-1}^9 \sqrt{x^3+19} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+5}.$$

Задание 4.

Вычислить длину дуги логарифмической спирали $\rho = ae^\varphi$ от $\varphi = 0$ до $\varphi = \varphi_0$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$(x^2 + y^2)^7 = a^8 x^4 y^2.$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad x = 4, \quad y = 4, \quad z = x^2 + y^2 + 1.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_e (2z - \sqrt{x^2 + y^2}) ds$$

где e – дуга кривой, заданной параметрически $x = t \cos t$, $y = t \sin t$, $z = t$, ($0 \leq t \leq 2\pi$).

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 21

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{2x^4 + 3}}; \text{ б) } \int \frac{\cos^2 x}{\sin x} dx; \text{ в) } \int \frac{3x^2 - x - 2}{x^3 + 8} dx; \text{ г) } \int \frac{\sqrt[4]{x}}{x - \sqrt{x}} dx.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 1} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл $I = \int_0^e x \ln x dx$ или установить его расходимость.

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями $r = 2 \cos \phi$; $r = 3 \cos \phi$.

Задание 5.

Переходя к полярным координатам, вычислить: $\int_0^R \int_0^{\sqrt{R^2 - x^2}} \ln(1 + x^2 + y^2) dx dy$.

Задание 6.

Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$2y^2 = x, \quad \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1, \quad z = 0.$$

Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость $Хоу$.

Задание 7.

Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл: $\oint_L (y^2 - 2x^2) dx + 4xy dy$, где L - пробегаемый в положительном направлении (против движения часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках: $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$. Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 22

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{\sin x}}; \text{ б) } \int \frac{\sqrt{x} + \ln x}{x} dx; \text{ в) } \int \frac{x^2 + 4}{x(x+1)(x+2)^2} dx; \text{ г) } \int x \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_2^{12} \sqrt{x^3 + 29} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл $I = \int_1^2 \frac{dx}{x^3 - x^2}$ или установить его расходимость.

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры ограниченной линией $r = 2(1 - \sin \phi)$.

Задание 5.

Переходя к полярным координатам, вычислить: $\iint_S \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dx dy$;

$$S: x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0.$$

Задание 6.

Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$x + y + z = a, x^2 + y^2 = R^2, x = 0, y = 0, z = 0, (a \geq R\sqrt{2}).$$

Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость $Хоу$.

Задание 7.

Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл: $\oint_L 2xy dx + (x^2 - 3xy) dy$, где L - пробегаемый в положительном направлении (против движения часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках: $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$. Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 23

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int x^2 \sqrt[5]{x^3 + 4} dx; \text{ б) } \int \frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x} dx; \text{ в) } \int \frac{dx}{x^2(x^2 - 4)}; \text{ г) } \int \frac{x dx}{\sqrt[4]{2x - 1}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-3}^7 \sqrt{x^3 + 30} dx.$$

Задание 3.

Исследовать на сходимость несобственный интеграл: $I = \int_0^{\infty} \frac{x}{x^3 + 1} dx$.

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями $y = \sin x, y = 1, x = 0$.

Задание 5.

Переходя к полярным координатам, вычислить: $\iint_S (h - 2x - 3y) dx dy$;

$$S: x^2 + y^2 \leq R^2.$$

Задание 6.

Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$z = 1 + x + y, z = 0, x + 1 = 1, x = 0, y = 0.$$

Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость $Хоу$.

Задание 7.

Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл: $\oint_L (2xy + y^2) dx - 7x^2 dy$, где L - пробегаемый в положительном направлении (против движения часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках: $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$. Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 24

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\cos x - \sin x}{\sqrt{\sin x + \cos x}} dx; \text{ б) } \int \frac{x dx}{3x^2 + 1}; \text{ в) } \int \frac{dx}{(1+x^2)^2}; \text{ г) } \int \frac{\sqrt[4]{2-x}}{1-\sqrt{2-x}} dx.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^{10} \sqrt{x^3 + 6} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл: $I = \int_{-1}^3 \frac{dx}{x^2 - 2x - 3}$ или установить его расходимость.

Задание 4.

Переходя к полярным координатам, вычислить: $\iint_S \sqrt{R-x^2-y^2} dx dy;$

$$S: x^2 + y^2 \leq Rx.$$

Задание 6.

Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$z = xy, \quad x + y + z = 1, \quad z = 0.$$

Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость $Хоу$.

Задание 7.

Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл: $\oint_L (y^2 + 3x^2) dx + (2xy - y^2) dy$, где L - пробегаемый в положительном направлении (против движения часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках: $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$. Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 25

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{3-2x^3}}; \text{ б) } \int \frac{\operatorname{cosec}^2 3x}{1-2\operatorname{ctg} 3x} dx; \text{ в) } \int \frac{1-x^4}{x(x^2+2x-3)} dx; \text{ г) } \int \frac{xdx}{\sqrt[3]{3x-1}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-1}^9 \sqrt{x^3+21} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл: $I = \int_{-1}^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ или установить его расходимость.

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями $y = \frac{1}{x}, y = x, x = 3$.

Задание 5.

Переходя к полярным координатам, вычислить: $\iint_S \operatorname{arctg} \frac{y}{x} dx dy$;

$$S: x^2 + y^2 \geq 1, x^2 + y^2 \leq 9, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, y = x\sqrt{3}.$$

Задание 6.

Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$z = 0, x^2 + y^2 = 2y, z = 4 - x^2 - y^2.$$

Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость $Хоу$.

Задание 7.

Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл: $\oint_L (x^2 - y^2)dx + (xy - x^2)dy$, где L - пробегаемый в положительном направлении (против движения часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках: $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$. Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 26

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \sqrt[3]{1-2x^3} x^2 dx; \text{ б) } \int \frac{dx}{x(\ln x + 2)}; \text{ в) } \int \frac{1-x}{(x+2)(x+3)^3} dx; \text{ г) } \int \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} dx.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_2^{12} \sqrt{x^3 + 3} dx.$$

Задание 3.

Исследовать на сходимость несобственный интеграл: $I = \int_1^2 \frac{dx}{\ln x}$.

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = 1, r = 3, \phi = \frac{\pi}{6}, \phi = \frac{\pi}{2}$.

Задание 5.

Переходя к полярным координатам, вычислить: $\iint_S \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$;

$$S: x^2 + y^2 \leq a^2.$$

Задание 6.

Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$z = x^2 + y^2, x + y = 3, x = 0, y = 0, z = 0.$$

Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость $Хоу$.

Задание 7.

Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл: $\oint_L (11xy - 2x^2) dx + 4x^2 dy$, где L - пробегаемый в положительном направлении (против движения часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках: $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$. Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 27

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\cos 2x}{\sin^2 2x} dx; \text{ б) } \int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx; \text{ в) } \int \frac{3-2x}{(x^3-3)} dx; \text{ г) } \int \frac{dx}{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_1^{11} \sqrt{x^3 + 1} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл: $I = \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt{(4-x)^3}}$ или установить его расходимость.

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt[3]{x}, x = 8, y = 0$.

Задание 5.

Переходя к полярным координатам, вычислить: $\iint_S \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$;

$$S: \pi^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2.$$

Задание 6.

Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 6 - x^2 + y^2.$$

Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость $Хоу$.

Задание 7.

Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл: $\oint_L (x+y)^2 dx - 5xy dy$, где L - пробегаемый в положительном направлении (против движения часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках: $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$. Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 28

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-4x^4}} dx; \text{ б) } \int \frac{x - \sqrt{\operatorname{arctg} 2x}}{1+4x^2} dx; \text{ в) } \int \frac{2x^4+1}{(x^3+x)}; \text{ г) } \int \frac{\sqrt{4x+3}}{x} dx.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-3}^7 \sqrt{x^3 + 28} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл: $I = \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$ или установить его

расходимость.

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $y = 3 \cos 2\phi$.

Задание 5.

Переходя к полярным координатам, вычислить: $\iint_S \sqrt{4-x^2-y^2} dx dy$;

$$S: x^2 + y^2 \geq 1, x^2 + y^2 \leq 4.$$

Задание 6.

Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$3x + 2y + z - 6 = 0, x = 0, y = 0, z = 0.$$

Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость XOy .

Задание 7.

Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл: $\oint_L (4xy + x^2) dx + (2x - y)^2 dy$, где L - пробегаемый в положительном направлении (против движения часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках: $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$. Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 29

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx; \text{ б) } \int \frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 x} dx; \text{ в) } \int \frac{dx}{(x^2 - 3x + 2)}; \text{ г) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 3}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 15} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл: $I = \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2 - 3}}$ или установить его расходимость.

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x = 1 - y^2$, $x = 0$.

Задание 5.

Переходя к полярным координатам, вычислить: $\iint_S e^{-(x^2 + y^2)} dx dy$;

$$S: x^2 + y^2 \leq 4.$$

Задание 6.

Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$4y^2 = x, \quad \frac{x}{8} + \frac{y}{8} + \frac{z}{4} = 1, \quad z = 0.$$

Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость $Хоу$.

Задание 7.

Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл: $\oint_L (2x + 3xy) dx + (8x^2 - y^2) dy$, где L - пробегаемый в положительном направлении (против движения часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках: $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$. Сделать чертеж.

Контрольная работа №3. «Интегрирование»

Вариант 30

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int x\sqrt{3-x^2} dx; \text{ б) } \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x}; \text{ в) } \int \frac{dx}{x^3-1}; \text{ г) } \int \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 21} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл: $I = \int_{-1}^3 \frac{\sqrt{x+1}}{x-3} dx$ или установить его расходимость.

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями $y = \frac{1}{x^2}$, $y = -x$, $x = -2$.

Задание 5.

Переходя к полярным координатам, вычислить: $\iint_S \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy$;

$$S: x^2 + y^2 \leq 1, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, y = x\sqrt{3}, x \geq 0.$$

Задание 6.

Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$x^2 + y^2 = 1, x + y + z = 3, z = 0.$$

Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость $Хоу$.

Задание 7.

Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл: $\oint_L (3x-y)^2 dx + 2x^2 dy$, где L - пробегаемый в положительном направлении (против движения часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках: $A(1;1), B(2;2), C(3;1)$. Сделать чертеж.