# Вариант 1

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

1

а) lim ( −

1

) ; б) lim

𝑒𝑥 − 𝑒−𝑥

.

𝑥→1

𝑙𝑛𝑥

𝑥 − 1

𝑥→0 𝑠𝑖𝑛𝑥 ∙ 𝑐𝑜𝑠𝑥

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[−2; 2], если 𝑓(𝑥) = 𝑥4 − 8𝑥2 + 3. Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

𝑥2 + 3

;

𝑥 + 1

б) 𝑦 = 𝑥𝑒−2𝑥.

# Вариант 2

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

а) lim(1 − 𝑥)𝑡𝑔 𝜋𝑥 ; б) lim ( 1 − 5 ) .

𝑥→1 2

𝑥→3

𝑥 − 3

𝑥2 − 𝑥 − 6

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[−2; 5], если 𝑓(𝑥) = 𝑥−3 . Построить график функции.

𝑥2+7

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

𝑥3

а) 𝑦 = 𝑥2 − 1 ;

б) 𝑦 = −𝑥𝑒−𝑥.

# Вариант 3

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

1

а) lim (

− 𝑐𝑡𝑔2𝑥) ; б) lim

𝑙𝑛𝑥

.

𝑥→0

𝑥2

𝑥→0 1 + 2𝑙𝑛𝑠𝑖𝑛𝑥

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[1; 𝑒], если 𝑓(𝑥) = 𝑥2𝑙𝑛𝑥. Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

𝑥3

а) 𝑦 = 𝑥2 − 4 ; б) 𝑦 = 𝑥𝑒

**Задание 1.** Найти пределы

𝑥4

−𝑥2

2 .

# Вариант 4

𝑥 𝑡𝑔 𝜋𝑥

а) lim

𝑥→∞ 𝑒

; б) lim (2 − )

𝑥→𝑎 𝑎

𝑥

2𝑎

.

[− 1 ; ], если 𝑓(𝑥) = 1 . Построить график функции.

1

2

2 2 𝑥 −1

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

4𝑥2 + 3

2𝑥 − 1

 1

; б) 𝑦 = 𝑒𝑥−1.

# Вариант 5

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

 1

5 𝑠𝑖𝑛𝑥

б) lim

𝑡𝑔𝑥 − 𝑥

.

а) lim (

 ) ;

𝑥→0 𝑥 − 𝑠𝑖𝑛𝑥

𝑥→0

2 + √9 + 𝑥

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[− 𝜋 ; 𝜋], если 𝑓(𝑥) = 𝑐𝑜𝑠2𝑥 + 2𝑥. Построить график функции.

2 2

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

𝑥2 + 3 1

а) 𝑦 =

𝑥 − 1 ; б) 𝑦 = 𝑒2𝑥 − 1.

# Вариант 6

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

а) lim(𝑙𝑛𝑐𝑡𝑔𝑥)𝑡𝑔𝑥 ;

𝑥→0

б) lim (𝑥 − 𝑥2𝑙𝑛 (1 +

𝑥→∞

1

)) .

𝑥

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[ 1 ; √3], если 𝑓(𝑥) = 𝑎𝑟𝑐𝑡𝑔𝑥 − 1 𝑙𝑛𝑥. Построить график функции.

√3 2

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

𝑥2 − 3

;

𝑥 − 2

б) 𝑦 = (𝑥 − 2)𝑒−𝑥.

# Вариант 7

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

(𝑥 − 𝑎)2

1 − 𝑐𝑜𝑠𝑥

а) lim

3 ;

𝑥→𝑎 𝑥3

− 𝑎

б) lim .

𝑥→0 𝑥𝑙𝑛(1 + 𝑥)

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[0; 4], если 𝑓(𝑥) = 𝑥 + √𝑥. Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

𝑥2 + 4

;

𝑥

б) 𝑦 = −𝑥𝑒2𝑥.

**Задание 1.** Найти пределы

𝑙𝑛(𝑥2 − 3)

𝑠𝑖𝑛(𝑒𝑥−1 − 1)

а) lim

𝑥→2 𝑥2

+ 3𝑥 − 10

; б) lim

𝑥→1

.

𝑙𝑛𝑥

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[0; 4], если 𝑓(𝑥) = 𝑥−1. Построить график функции.

𝑥+1

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

2𝑥2

а) 𝑦 = 4𝑥2 − 1 ;

б) 𝑦 = 𝑥𝑒2𝑥−1.

# Вариант 9

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

2

а) lim (

 1

𝑥

𝑎𝑟𝑐𝑐𝑜𝑠𝑥) ;

б) lim

𝑥→0

𝑥 − 𝑎𝑟𝑐𝑡𝑔𝑥

𝑥3 .

𝑥→0 𝜋

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[−1; 0], если 𝑓(𝑥) = 𝑒𝑥(𝑥2 − 𝑥 − 1). Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

𝑥3

а) 𝑦 = 𝑥2 + 1

б) 𝑦 = (1 − 𝑥)𝑒𝑥.

**Задание 1.** Найти пределы

# Вариант 10

а) lim

𝑥2𝑐𝑜𝑠𝑥

1

; б) lim (

1

− ) .

𝑥→0 𝑐𝑜𝑠𝑥 − 1

𝑥→1

𝑥 − 1

𝑙𝑛𝑥

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[− √2 ; √2], если 𝑓(𝑥) = 𝑎𝑟𝑐𝑐𝑜𝑠𝑥2. Построить график функции.

2 2

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

𝑥2 + 1

1 − 𝑥2

 1

; б) 𝑦 = 𝑒2−𝑥.

# Вариант 11

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

а) lim (𝑐𝑡𝑔𝑥 −

𝑥→0

1 𝑎𝑟𝑐𝑠𝑖𝑛(2 − 𝑥)

) ; б) lim .

𝑥 𝑥→2 √𝑥2 − 3𝑥 + 2

[−2𝜋; − 3𝜋], если

2

𝑓(𝑥) =

1 𝑥 − 𝑠𝑖𝑛𝑥.

2

Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

1

+ 4𝑥2;

𝑥

б) 𝑦 = 𝑥2𝑒−𝑥.

# Вариант 12

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

 1 𝜋

а) lim 𝑥1−𝑥 ; б) lim(1 − 𝑥)𝑡𝑔

𝑥.

𝑥→1

𝑥→1 2

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[−3; 0], если 𝑓(𝑥) = 𝑒𝑥(𝑥2 − 𝑥 − 1). Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

3 − 𝑥2

;

𝑥 − 2

б) 𝑦 = (𝑥 − 1)𝑒3𝑥+1.

# Вариант 13

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

1 − 4𝑠𝑖𝑛2

а) lim

 𝜋𝑥

( 6 ) ;

б) lim (𝜋 − 2𝑎𝑟𝑐𝑡𝑔𝑥)𝑙𝑛𝑥.

𝑥→∞

𝑥→1

1 − 𝑥2

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[−4; 6], если 𝑓(𝑥) = 𝑥−4 . Построить график функции.

𝑥2+9

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

𝑥2 − 1 а) 𝑦 = 𝑥2 − 9 ;

б) 𝑦 = 𝑥𝑒−𝑥2 .

# Вариант 14

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

1

а) lim (

− 𝑐𝑡𝑔2𝑥) ; 2 1

𝑥→0

𝑥2

б) lim (𝑥 − 𝑥

𝑥→0

𝑙𝑛 (1 +

)) .

𝑥

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[−2𝜋; − 3𝜋], если

2

𝑓(𝑥) =

1 𝑥 − 𝑠𝑖𝑛𝑥.

2

Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

𝑥3

а) 𝑦 = (𝑥 − 1)2 ;

б) 𝑦 = (𝑥 + 4)𝑒2𝑥.

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

а) lim

1 𝑥

( 𝑎𝑟𝑐𝑐𝑡𝑔𝑥)

; б) lim

𝑙𝑛𝑥

.

𝑥→−∞ 𝜋

𝑥→0 𝑙𝑛𝑐𝑡𝑔𝑥

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[−2; 2], если 𝑓(𝑥) = (𝑥 − 2)2(𝑥 + 1)3. Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

𝑥2

;

𝑥 − 2

б) 𝑦 = 𝑥𝑒2𝑥.

# Вариант 16

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

а) lim

𝑥→∞

𝑒3𝑥 + 6𝑥

𝑥2 ;

1

б) lim (

𝑥→1 𝑥

 1

𝑠𝑖𝑛𝜋𝑥

) .

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[−5; 5], если 𝑓(𝑥) = 𝑥+6 . Построить график функции.

𝑥2+13

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 = 𝑥 +

1

𝑥 + 1

 1

; б) 𝑦 = 𝑒𝑥.

# Вариант 17

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

1

а) lim (

𝑥

− ) ; б) lim

𝑥 − (𝑛 + 1)𝑥𝑛+1 + 𝑛𝑥𝑛+2

2 .

𝑥→1

𝑙𝑛𝑥

𝑙𝑛𝑥

𝑥→1

(1 − 𝑥)

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[−5; 5], если 𝑓(𝑥) = 𝑥−3 . Построить график функции.

𝑥2+16

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

𝑥3

а) 𝑦 = 𝑥2 + 1 ;

б) 𝑦 = 𝑥3𝑒−𝑥.

# Вариант 18

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

а) lim

𝑠𝑖𝑛𝑥 − 𝑥𝑐𝑜𝑠𝑥

3

; б) lim (𝑐𝑜𝑠

𝑎 𝑥

) .

𝑥→0

𝑠𝑖𝑛 𝑥

𝑥→∞ 𝑥

[0; 2𝜋], если 𝑓(𝑥) = 𝑥 − 𝑠𝑖𝑛𝑥. Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

4𝑥3 + 1

;

𝑥

б) 𝑦 = (3 − х)𝑒х−2.

# Вариант 19

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

а) lim 𝑙𝑛𝑥 ∙ 𝑙𝑛(1 − 𝑥) ;

𝑥→1

 2

б) lim(𝑠𝑖𝑛3𝑥)𝑙𝑛𝑥.

𝑥→0

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[3; 7], если 𝑓(𝑥) = 3 − 2𝑥2. Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

𝑥3 − 8

2𝑥2

 1

; б) 𝑦 = 𝑒𝑥−3.

# Вариант 20

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

а) lim 𝑥𝑥 ;

𝑥→0

𝜋

б) lim 𝜋 (𝑥𝑡𝑔𝑥 −

2

𝑥→2

1

∙ ) .

𝑐𝑜𝑠𝑥

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[−1; 3], если 𝑓(𝑥) = 4−𝑥2. Построить график функции.

4+𝑥2

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

𝑥2 + 1

𝑥2 ;

б) 𝑦 = 𝑥3𝑒−2𝑥.

# Вариант 21

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

а) lim

𝑥𝑒𝑐𝑜𝑠𝑥

;

б) lim(𝑡𝑔𝑥)𝑙𝑛(1+𝑐𝑜𝑠𝑥).

𝑥→𝜋

𝑥→0 1 − 𝑠𝑖𝑛𝑥 − 𝑐𝑜𝑠𝑥 2

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[0; 7], если 𝑓(𝑥) = 𝑥3(8 − 𝑥). Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

𝑥3

а) 𝑦 = 2(𝑥 + 1)2 ;

б) 𝑦 = 4(𝑥 + 1)𝑒𝑥.

а) lim

𝑥→0

𝑒𝑎𝑥 − 𝑒−𝑎𝑥

𝑙𝑛(1 + 𝑥) ;

𝑥 − 𝑎

б) lim 𝑎𝑟𝑐𝑠𝑖𝑛 ∙ 𝑐𝑡𝑔(𝑥 − 𝑎).

𝑥→𝑎 𝑎

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[−2; 2], если 𝑓(𝑥) = 𝑥4 + 4𝑥. Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

𝑥3

а) 𝑦 = 𝑥2 − 1 ;

б) 𝑦 = 10𝑥𝑒−2𝑥.

# Вариант 23

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

а) lim(1 − 2𝑠𝑖𝑛2𝑥)5𝑐𝑡𝑔2𝑥 ;

𝑥→0

𝜋

б) lim 𝜋 𝑡𝑔2𝑥 ∙ 𝑐𝑡𝑔 ( + 𝑥) .

4

𝑥→4

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[0; 3𝜋], если 𝑓(𝑥) = 𝑠𝑖𝑛3𝑥 − 3𝑠𝑖𝑛𝑥. Построить график функции.

2

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

𝑥2 + 16

;

4𝑥

б) 𝑦 = 𝑒2𝑥−𝑥2 .

# Вариант 24

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

а) lim

𝑙𝑛(1 + 𝑥2)

 3

; б) lim(𝑠𝑖𝑛5𝑥)𝑙𝑛𝑥.

𝑥→0 𝑐𝑜𝑠3𝑥 − 𝑒−𝑥

𝑥→0

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[−3; 1], если 𝑓(𝑥) = 3𝑥4 − 16𝑥3 + 2. Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

3 − 𝑥2

;

𝑥 + 2

б) 𝑦 = 5(х − 2)𝑒х−1.

# Вариант 25

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

 𝑥

2

а) lim(7 − 6𝑥)3𝑥−3 ; б) lim (𝑡𝑔𝑥 + ) .

𝑥→1

𝑥→𝜋

2

2𝑥 − 𝜋

[𝜋

2

; 𝜋], если 𝑓

(𝑥)

= 1 𝑥 + 𝑐𝑜𝑠𝑥. Построить график функции.

2

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

𝑥3 − 1

4𝑥2 ; б) 𝑦 =

𝑒𝑥

.

𝑥

# Вариант 26

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

1

а) lim (

1

− 2) ;

б) lim(𝑐𝑜𝑠𝑥)𝑐𝑡𝑔𝑥.

𝑥→0

𝑥→0

𝑥𝑠𝑖𝑛𝑥 𝑥

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[0; 2], если

𝑓(𝑥)

= 𝑥5

− 5 𝑥3

3

+ 2.

Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

(𝑥 − 1)2

;

𝑥 − 2

б) 𝑦 = 𝑥𝑒4𝑥−2.

# Вариант 27

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

1

а) lim (

− 𝜋𝑐𝑡𝑔𝜋𝑥) ;

б) lim (𝑙𝑛𝑐𝑡𝑔𝑥)𝑡𝑔𝑥.

𝑥→+0

𝑥→1 𝑙𝑛𝑥

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[0; 3𝜋], если 𝑓(𝑥) = 2𝑠𝑖𝑛𝑥 − 𝑠𝑖𝑛2𝑥. Построить график функции.

2

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

4𝑥3

𝑥2 − 4

; б) 𝑦 = (𝑥 − 2)𝑒

− 1

𝑥.

# Вариант 28

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

а) lim ��

𝑥→2

𝑙𝑛𝑠𝑖𝑛5𝑥

𝑐𝑡𝑔2𝑥 ;

б) lim(1 − 2𝑥)𝑠𝑖𝑛𝑥.

𝑥→0

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[−2; 2], если 𝑓(𝑥) = √4 − 𝑥2. Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

𝑥3

2(𝑥 − 1)2

 2

; б) 𝑦 = (2𝑥 − 1)𝑒𝑥.

а) lim

𝑠𝑖𝑛3𝑥2

2

1

; б) lim (

𝑡𝑔2𝑥

) .

𝑥→0 𝑙𝑛𝑐𝑜𝑠(2𝑥

− 𝑥)

𝑥→0 𝑥

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[− 𝜋 ; 𝜋], если 𝑓(𝑥) = 𝑐𝑜𝑠𝑥 ∙ 𝑐𝑜𝑠2𝑥. Построить график функции.

2 2

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

𝑥3

а) 𝑦 = 𝑥2 − 3 ;

б) 𝑦 = (2 + 𝑥2)𝑒−𝑥2 .

# Вариант 30

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

 2𝑥 1 1

а) lim(3𝑥 − 5)𝑥2−4 ; б) lim ( − ) .

𝑥→2

𝑥→0

𝑡𝑔𝑥

𝑒𝑥 − 1

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[−1; 2], если

𝑓(𝑥)

= 1 𝑥3

3

− 2𝑥2

+ 3.

Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 =

𝑥2

;

𝑥 − 1

б) 𝑦 = (𝑥 + 2)𝑒х−1.

# Вариант 31

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

а) lim 𝜋 (

𝑥→2

𝑥

𝑐𝑡𝑔𝑥

𝜋

−

2𝑐𝑜𝑠𝑥

 1

) ; б) lim (𝑥 + 2𝑥)𝑥.

𝑥→∞

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[−4; −1], если

𝑓(𝑥)

= − 1

2

𝑥2

+ 8 + 8.

х

Построить график функции.

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

𝑥3

а) 𝑦 =

2(𝑥 + 5)2

; б) 𝑦 = (2х + 1)𝑒2(𝑥+1).

# Вариант 32

**Задание 1.** Найти пределы, применяя правило Лопиталя

а) lim

𝑥→0

𝑒3𝑥 − 3𝑥 − 1

𝑠𝑖𝑛25𝑥

 1

; б) lim(2√𝑥 + 𝑥)𝑙𝑛𝑥.

𝑥→0

**Задание 2.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции 𝑦 = 𝑓(𝑥) на отрезке

[−2; −

], если 𝑓

2

1

(𝑥) =

4 − 8х − 15. Построить график функции.

𝑥2

**Задание 3.** Провести полное исследование функций и построить их графики

а) 𝑦 = 𝑥3−4 ; б) 𝑦 = (𝑥 − 4)𝑒−2𝑥.

𝑥2