Первый вид крепления считается основным, и остальные виды приводятся с помощью коэффициента приведения длины к данному виду.

С учетом выше изложенного формула Эйлера примет следующий вид [1, 5]:

$$F_{\text{к}} = \frac{E \cdot I_x \cdot \pi^2}{(\mu \cdot l)^2}.$$

Отношение $\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i}$ называется гибкостью стержня.

Формула Эйлера применима только при соблюдении условия, что критические напряжения должны быть равны или быть меньше предела пропорциональности ($\sigma_{\text{кр}} \leq \sigma_{\text{пц}}$).

Таким образом, мы можем определить предельную гибкость стержня, при которой применима формула Эйлера.

Итак, предельная гибкость стержня будет определяться следующим образом [2]:

$$\lambda_{\text{п}} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_{\text{пц}}}}.$$

Проведенные многочисленные эксперименты показали, что формула Эйлера справедлива только для тонких и длинных стрежней. На практике, как известно, встречаются и короткие стержни, расчет которых на устойчивость также необходимо проводить.

Ф.С. Ясинским на основе изучения экспериментальных данных была предложена эмпирическая формула для определения напряжений в коротких стержнях [1, 5]

$$\sigma_{\text{к}} = a - в \cdot \lambda,$$

где *a* и *в* коэффициенты, зависящие от материала и определяемые опытным путем, для малоуглеродистых сталей, *a = 310* МПа, *в = 1,14* МПа.

Задача № 6

Стальной стержень длиной l сжимается силой F. Найти размеры поперечного сечения или номер сортамента проката при допускаемом напряжении на простое сжатие $[\sigma]_{\text{сж}}=120$ МПа (сталь 3 при $\sigma_{\text{т}}=240$ МПа, $n_{\text{т}}=2,0$), величину критической силы и коэффициента запаса устойчивости.

Расчет производить последовательными приближениями, предварительно задавшись величиной коэффициента $\varphi = 0,5$.

Коэффициент приведения длины μ определить по условиям закрепления концов стержня. Расчетные схемы представлены на рисунке 6.4, данные для расчета в таблице 6.

Таблица 6 – Исходные данные к задаче № 6

Номер строки	F, кН	l, м	Номер строки	F, кН	l, м
1	350	3.0	6	225	3,0
2	325	2,5	7	330	3,1
3	250	2,8	8	280	2,5
4	275	3,5	9	320	2,6
5	200	2,2	10	340	3,5

Пример расчета

Стальная стойка длиной $l = 2$ м, защемленная на обоих концах, сжимается силой $F = 300$ кН (рисунок 6.2) Найти размеры прямоугольного сечения при соотношении сторон $h : b = 3$, если допускаемое напряжение на простое сжатие $[\sigma]_{сж} = 160$ МПа. Расчет проводится последовательным приближением, предварительно задаваясь величиной коэффициента φ.

Решение

Подбор поперечного сечения производится методом последовательных приближений с использованием условия устойчивости

$$\sigma_{max} = \frac{F}{A} \le [\sigma]_у = \varphi \cdot [\sigma]_{сж},$$

где σ_{max} – наибольшее напряжение в стойке, МПа;

F – сжимающая сила, Н;

A – площадь поперечного сечения, м^2;

$[\sigma]_у$ – допускаемые напряжения на устойчивость, МПа;

φ – коэффициент уменьшения напряжений;

$[\sigma]_{сж}$ – допускаемые напряжения при сжатии, МПа.

Первая попытка

Для первой попытки коэффициент допускаемого напряжения, зависящего от гибкости стойки, принимаем равным 0,5 и находим площадь поперечного сечения:

$$A \ge \frac{F}{\varphi \cdot [\sigma]} = \frac{300 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 150 \cdot 10^6} = 4 \cdot 10^{-3}\ м^2 = 40\ см^2.$$

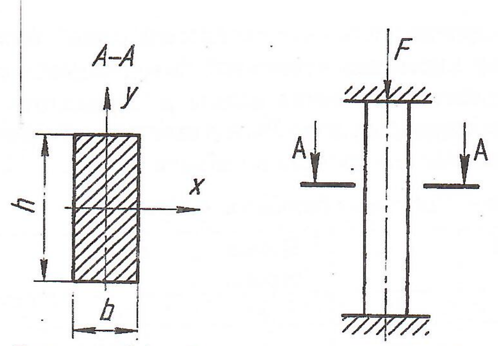

Рисунок 6.2 – Расчетная схема стойки

Для отношения $h : b = 3$ площадь будет

$$A = h \cdot b = 3 \cdot b^2 = 40 \text{ см}^2.$$

Откуда $b = \sqrt{\frac{40}{3}} = 3{,}65$ см.

Определим минимальный радиус инерции сечения i_{min}:

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{h \cdot b^3}{12 \cdot h \cdot b}} = \frac{b}{3{,}46} = \frac{3{,}65}{3{,}46} = 1{,}06 \text{ см.}$$

Определяем гибкость стержня (для стержня с двумя защемленными концами) $\mu = 0{,}5$:

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{min}} = \frac{0{,}5 \cdot 200}{1{,}06} = 94.$$

Для этой гибкости по таблице находим коэффициент уменьшения допускаемого напряжения методом интерполяции (приложение Е).

Гибкость 151 попадает в интервал

$$\lambda = 90 \qquad \varphi = 0{,}69$$
$$\lambda = 100 \qquad \varphi = 60$$

Подставляем $\varphi' = 0{,}60 + (\frac{0{,}69 - 0{,}60}{10}) \cdot 6 = 0{,}654.$

Определяем допускаемое напряжение на устойчивость.

$$[\sigma]_y = \varphi[\sigma]_{сж} = 0{,}654 \cdot 150 = 98{,}1 \text{ МПа.}$$

Определяем наибольшее напряжение в стойке и сравниваем с допускаемыми напряжениями на устойчивость.

$$\sigma_{max} = \frac{F}{A} = \frac{300 \cdot 10^3}{40 \cdot 10^{-4} \cdot 10^6} = 75 \text{ МПа} < 98{,}1 \text{ МПа.}$$

Стойка значительно недогружена, поэтому делаем вторую попытку.

Вторая попытка

Коэффициент уменьшения допускаемого напряжения берем среднеарифметически:

$$\varphi'' = \frac{0,5 + 0,654}{2} = 0,577.$$

Определяем площадь сечения:

$$A \geq \frac{300 \cdot 10^3}{0,577 \cdot 150 \cdot 10^6} = 3,5 \cdot 10^{-3}\, м^2 = 35\ \text{см}^2.$$

По найденной площади определяем h, b и i_{min}

$$b = \sqrt{\frac{35}{3}} = 3,41\ \text{см}.$$

Минимальный радиус инерции сечения i_{min}

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{h \cdot b^3}{12 \cdot h \cdot b}} = \frac{b}{3,46} = \frac{3,41}{3,46} = 0,99\ \text{см}.$$

Гибкость стойки

$$\lambda = \frac{0,5 \cdot 200}{0,99} = 101.$$

Гибкость 101 попадает в интервал

$$\lambda = 100 \qquad \varphi = 0,60$$
$$\lambda = 110 \qquad \varphi = 0,52.$$

$$\varphi''' = 0,52 - (\frac{0,60 - 0,52}{10})9 = 0,592$$

тогда $[\sigma]_у = 0,592 \cdot 150 = 89$ МПа

$$\sigma_{max} = \frac{300 \cdot 10^3}{35 \cdot 10^{-4} \cdot 10^6} = 86 < 89\ \text{МПа}.$$

Недонапряжение $\delta = \frac{89 - 86}{89} 100\ \% = 3,4\ \%.$

Недонапряжение 3,4 %, что допустимо, так как меньше 5 %.

Окончательно устанавливаем поперечное сечение, которое обеспечит продольную устойчивость заданного стержня

$$h = 10,23\ \text{см};\ b = 3,41\ \text{см};\ A = 35\ \text{см}^2.$$

Пример расчета

Подобрать размер сечения для швеллера длиной $l = 5$ м. Сжимающая сила $F = 400$ кН (рисунок 6.3). Оба конца защемлены. Допускаемое напряжение на сжатие $[\sigma]_{сж} = 160$ МПа.

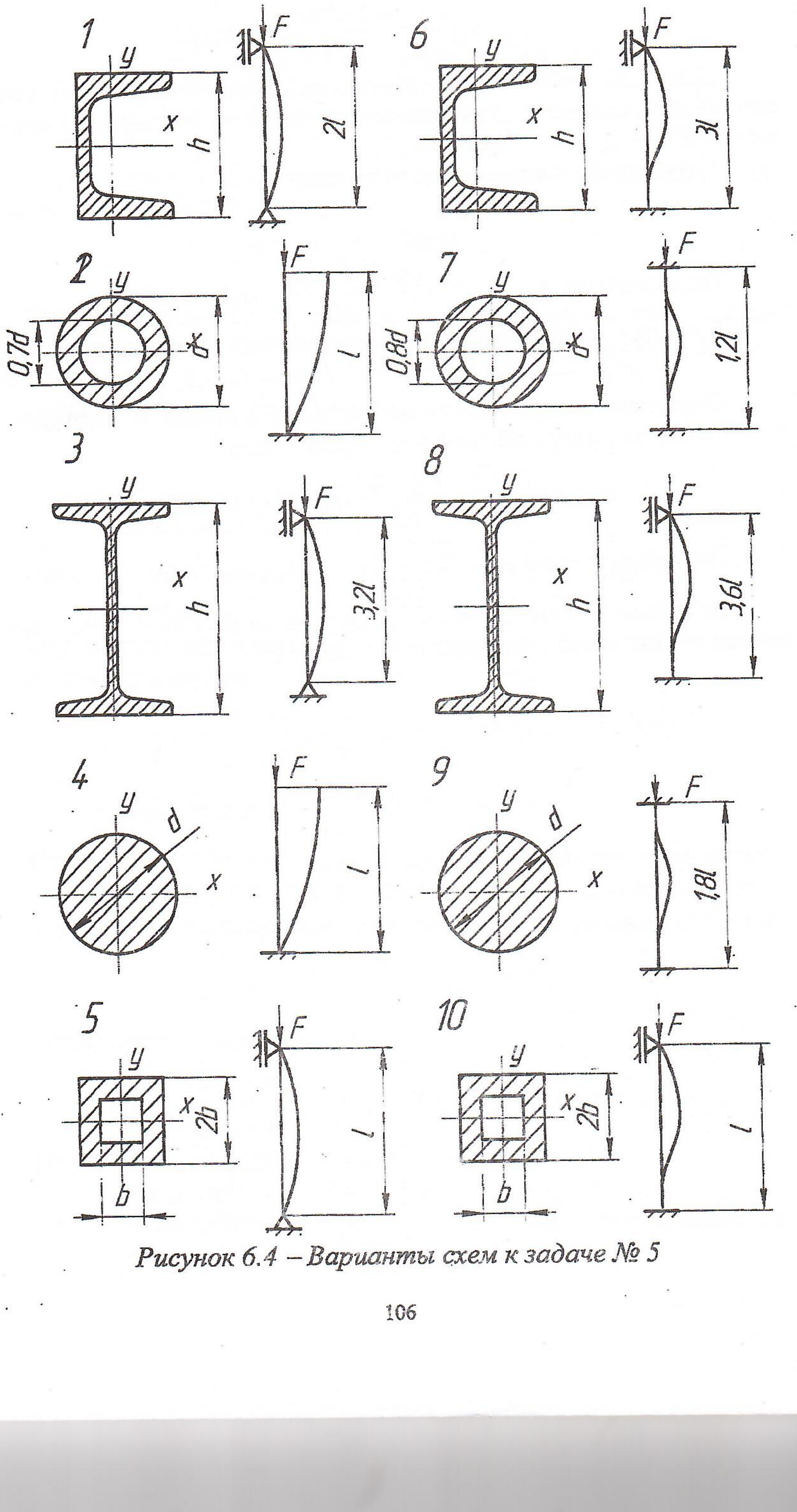

Рисунок 6.4 – Варианты схем к задаче № 5