



ВАРИАНТЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задача 1. Даны векторы $\bar{a} = (2, 1, 0)$; $\bar{b} = (1, -1, 2)$; $\bar{c} = (2, 2, 1)$; $\bar{d} = (3, 7, -7)$ в некотором базисе. Показать, что векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ образуют базис трехмерного пространства, и найти координаты вектора \bar{d} в этом базисе.

1. $\bar{a} = (1, 2, 3)$, $\bar{b} = (-1, 3, 2)$, $\bar{c} = (7, 3, 5)$, $\bar{d} = (6, 10, 7)$
2. $\bar{a} = (4, 7, 8)$, $\bar{b} = (9, 1, 3)$, $\bar{c} = (2, -4, 1)$, $\bar{d} = (1, -13, -13)$
3. $\bar{a} = (8, 2, 3)$, $\bar{b} = (4, 6, 10)$, $\bar{c} = (3, 2, 1)$, $\bar{d} = (7, 4, 11)$
4. $\bar{a} = (10, 3, 1)$, $\bar{b} = (1, 4, 2)$, $\bar{c} = (3, 9, 2)$, $\bar{d} = (19, 30, 7)$
5. $\bar{a} = (2, 4, 1)$, $\bar{b} = (1, 3, 6)$, $\bar{c} = (5, 3, 1)$, $\bar{d} = (24, 20, 6)$
6. $\bar{a} = (1, 7, 3)$, $\bar{b} = (3, 4, 2)$, $\bar{c} = (4, 8, 5)$, $\bar{d} = (7, 32, 14)$
7. $\bar{a} = (1, -2, 3)$, $\bar{b} = (4, 7, 2)$, $\bar{c} = (6, 4, 2)$, $\bar{d} = (14, 18, 6)$
8. $\bar{a} = (1, 4, 3)$, $\bar{b} = (6, 8, 5)$, $\bar{c} = (3, 1, 4)$, $\bar{d} = (21, 18, 33)$
9. $\bar{a} = (2, 7, 3)$, $\bar{b} = (3, 1, 8)$, $\bar{c} = (2, -7, 4)$, $\bar{d} = (16, 14, 27)$
10. $\bar{a} = (7, 2, 1)$, $\bar{b} = (4, 3, 5)$, $\bar{c} = (3, 4, -2)$, $\bar{d} = (2, -5, -13)$
11. $\bar{a} = (7, -3, 5)$, $\bar{b} = (-1, 3, 2)$, $\bar{c} = (1, 2, 3)$, $\bar{d} = (6, 10, 17)$
12. $\bar{a} = (9, 1, 3)$, $\bar{b} = (4, 7, 8)$, $\bar{c} = (2, -4, 1)$, $\bar{d} = (1, -13, -13)$
13. $\bar{a} = (4, 6, 10)$, $\bar{b} = (8, 2, 3)$, $\bar{c} = (3, -2, 1)$, $\bar{d} = (7, 4, 11)$
14. $\bar{a} = (1, 4, 2)$, $\bar{b} = (10, 3, 1)$, $\bar{c} = (3, 9, 2)$, $\bar{d} = (19, 30, 7)$
15. $\bar{a} = (8, 2, 3)$, $\bar{b} = (4, 6, 10)$, $\bar{c} = (3, 2, 1)$, $\bar{d} = (7, 4, 11)$
16. $\bar{a} = (3, 4, 2)$, $\bar{b} = (1, 7, 3)$, $\bar{c} = (4, 8, 5)$, $\bar{d} = (7, 32, 14)$
17. $\bar{a} = (4, 7, 2)$, $\bar{b} = (1, -2, 3)$, $\bar{c} = (6, 4, 2)$, $\bar{d} = (14, 18, 6)$
18. $\bar{a} = (6, 8, 5)$, $\bar{b} = (1, 4, 3)$, $\bar{c} = (3, 1, 4)$, $\bar{d} = (21, 18, 33)$
19. $\bar{a} = (3, 1, 8)$, $\bar{b} = (2, 7, 3)$, $\bar{c} = (2, -7, 4)$, $\bar{d} = (16, 14, 27)$
20. $\bar{a} = (4, 3, 5)$, $\bar{b} = (7, 2, 1)$, $\bar{c} = (3, 4, -2)$, $\bar{d} = (2, -5, -13)$
21. $\bar{a} = (-1, 3, 2)$, $\bar{b} = (1, 2, 3)$, $\bar{c} = (7, -3, 5)$, $\bar{d} = (6, 10, 17)$
22. $\bar{a} = (4, 7, 8)$, $\bar{b} = (2, -4, -1)$, $\bar{c} = (4, 7, 8)$, $\bar{d} = (2, -13, -13)$
23. $\bar{a} = (3, -2, 1)$, $\bar{b} = (4, 6, 10)$, $\bar{c} = (8, 2, 3)$, $\bar{d} = (7, 4, 11)$
24. $\bar{a} = (3, 9, 2)$, $\bar{b} = (1, 4, 2)$, $\bar{c} = (10, 3, 1)$, $\bar{d} = (19, 30, 7)$
25. $\bar{a} = (5, 3, 1)$, $\bar{b} = (1, 3, 6)$, $\bar{c} = (2, 4, 1)$, $\bar{d} = (24, 20, 6)$
26. $\bar{a} = (4, 8, 5)$, $\bar{b} = (3, 4, 2)$, $\bar{c} = (1, 7, 3)$, $\bar{d} = (1, 32, 14)$
27. $\bar{a} = (-1, 2, 4)$, $\bar{b} = (0, 1, 2)$, $\bar{c} = (1, 0, 3)$, $\bar{d} = (-2, 4, 7)$
28. $\bar{a} = (0, -1, 2)$, $\bar{b} = (1, 3, 0)$, $\bar{c} = (2, -1, 1)$, $\bar{d} = (6, 12, -1)$

Задача 2

Дана система линейных уравнений. Доказать ее совместность и решить двумя способами:

1) методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

$$-2x - 2y + 2z = -4$$

$$22. \quad x - y + 2z = 4$$

$$2x + 4y - 3z = 6$$

$$-2x - 2y + 3z = 1$$

$$-2x - 2y + 8z = 56$$

$$28. \quad x - y + 2z = 16$$

$$2x + 4y - 3z = -12$$

$$-2x - 3y + 9z = 71$$





4. $M(2, -1, 0), \quad \frac{x-7}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{2}$

5. $M(7, 1, 3), \quad \frac{x-2}{-} = \frac{y+1}{-} = \frac{z}{-}$

Задача 3

1. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти:

- 1) длины ребер A_1A_2, A_1A_3, A_1A_4 ; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ; 3) площадь грани $A_1A_2A_3$; 4) уравнения прямой A_1A_2 ;
- 5) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 6) уравнения высоты, опущенной из вершин

A_4 на грань $A_1A_2A_3$; 7) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 8) объем пирамиды (двумя способами). Сделать чертеж.

1. $A_1(1, 3, 6), A_2(2, 2, 1), A_3(-1, 0, 1), A_4(-4, 6, -3)$.
2. $A_1(-4, 2, 6), A_2(2, -3, 0), A_3(-10, 5, 8), A_4(-5, 2, -4)$.
3. $A_1(7, 2, 4), A_2(7, -1, -2), A_3(3, 3, 1), A_4(-4, 2, 1)$.
4. $A_1(2, 1, 4), A_2(-1, 5, -2), A_3(-7, -3, 2), A_4(-6, -3, 6)$.
5. $A_1(-1, -5, 2), A_2(-6, 0, -3), A_3(3, 6, -3), A_4(-10, 6, 7)$.
6. $A_1(0, -1, -1), A_2(-2, 3, 5), A_3(1, -5, -9), A_4(-1, -6, 3)$.
7. $A_1(5, 2, 0), A_2(2, 5, 0), A_3(1, 2, 4), A_4(-1, 1, 1)$.
8. $A_1(2, -1, -2), A_2(1, 2, 1), A_3(5, 0, -6), A_4(-10, 9, -7)$.
9. $A_1(-2, 0, -4), A_2(-1, 7, 1), A_3(4, -8, -4), A_4(1, -4, 6)$.
10. $A_1(14, 4, 5), A_2(-5, -3, 2), A_3(-2, -6, -3), A_4(-2, 2, -1)$.
11. $A_1(1, 2, 0), A_2(3, 0, -3), A_3(5, 2, 6), A_4(8, 4, -9)$.
12. $A_1(2, -1, 2), A_2(1, 2, -1), A_3(3, 2, 1), A_4(-4, 2, 5)$.
13. $A_1(1, 1, 2), A_2(-1, 1, 3), A_3(2, -2, 4), A_4(-1, 0, -2)$.
14. $A_1(2, 3, 1), A_2(4, 1, -2), A_3(6, 3, 7), A_4(7, 5, -3)$.
15. $A_1(1, 1, -1), A_2(2, 3, 1), A_3(3, 2, 1), A_4(5, 9, -8)$.
16. $A_1(1, 1, -1), A_2(2, 3, 1), A_3(3, 2, 1), A_4(-4, 8, -12)$.
17. $A_1(1, 5, -7), A_2(-3, 6, 3), A_3(-2, 7, 3), A_4(-4, 8, -12)$.
18. $A_1(-3, 4, -7), A_2(1, 5, -4), A_3(-5, -2, 0), A_4(2, 5, 4)$.
19. $A_1(-1, 2, -3), A_2(4, -1, 0), A_3(2, 1, -2), A_4(3, 4, 5)$.
20. $A_1(4, -1, 3), A_2(-2, 1, 0), A_3(0, -5, 1), A_4(3, 2, -6)$.
21. $A_1(1, -1, 1), A_2(-2, 0, 3), A_3(2, 1, -1), A_4(2, -2, -4)$.
22. $A_1(1, 2, 0), A_2(1, -1, 2), A_3(0, 1, -1), A_4(-3, 0, 1)$.
23. $A_1(1, 0, 2), A_2(1, 2, -1), A_3(2, -2, 1), A_4(2, 1, 0)$.
24. $A_1(1, 2, -3), A_2(1, 0, 1), A_3(-2, -1, 6), A_4(0, -5, -4)$.

**Задача 4**Найти расстояние от точки M до прямой.

1. $M(2, 3, -1), \quad \frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2}$

2. $M(1, 3, -1-2), \quad \frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+-8}{-2}$

3. $M(2, 3, -1), \quad \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-13}{4}$

49

22. $M(3, -3, -6), \quad \frac{x-1}{5} = \frac{y-9}{-3} = \frac{z+5}{1}$

50

$$30. M(0, -3, 1), \quad \frac{x+4}{6} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$$

Задача 5

а) Найти точку N , симметричную точке M относительно прямой, проходящей через точки A и B (варианты 1–15).

б) Найти точку N , симметричную точке M относительно плоскости (варианты 16–30).

$$17. M(3; 3; 3), \quad 8x + 6y + 8z - 25 = 0$$

$$18. M(-1; 0; 1), \quad 2x + 4y - 3 = 0$$

$$19. M(2; -2; -3), \quad y + z + 2 = 0$$

$$20. M(-2; -3; 0), \quad x + 5y - 3 = 0$$

$$21. M(3; -3; -1), \quad 2x - 4y - 4z - 13 = 0$$

$$22. M(1; 0; -1), \quad 2y + 4z - 1 = 0$$

$$23. M(0; -3; -2), \quad 2x - 10y + 10z - 1 = 0$$

$$24. M(1; 2; 3), \quad 2x + 10y + 10z - 1 = 0$$

$$25. M(2; -1; 1), \quad x - y + 2z - 2 = 0$$

$$26. M(1; 1; 1), \quad x + 4y + 3z + 5 = 0$$

$$27. M(-1; 2; 0), \quad 4x - 5y - z - 7 = 0$$

$$28. M(0; 2; 1), \quad 2x + 4y - 3 = 0$$

$$29. M(-1; 0; -1), \quad 2x + 6y - 2z + 11 = 0$$

$$30. M(1; 0; 1), \quad 4x + 6y + 4z - 25 = 0$$





Задача 6

Составить параметрические уравнения прямой.

$$15. \begin{cases} 6x - 5y - 4z + 8 = 0, \\ 6x + 5y + 3z + 4 = 0. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x + 5y - z - 5 = 0, \\ 2x - 5y + 2z + 5 = 0. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 2x - 3y + z + 6 = 0, \\ x - 3y - 2z + 3 = 0. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 5x + y + 2z + 4 = 0, \\ x - y - 3z + 2 = 0. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 4x + y + z + 2 = 0, \\ 2x - y - 3z - 8 = 0. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 2x + y - 3z - 2 = 0, \\ 2x - y + z + 6 = 0. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 2x - 3y - 2z + 6 = 0, \\ x - 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 6x - 5y + 3z + 8 = 0, \\ 6x + 5y - 4z + 4 = 0. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 3x + 3y + z - 1 = 0, \\ 2x - 3y - 2z + 3 = 0. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 3x + 4y + 3z + 1 = 0, \\ 2x - 4y - 2z + 4 = 0. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 2x + 3y - 2z + 6 = 0, \\ x - 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} x - 3y + z + 2 = 0, \\ x + 3y + 2z + 14 = 0. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} x + 5y + 2z - 5 = 0, \\ 2x - 5y - z + 5 = 0. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 6x - 7y - z - 2 = 0, \\ x + 7y - 4z - 5 = 0. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x - y + z - 2 = 0, \\ x - 2y - z + 4 = 0. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} x + 5y - z + 11 = 0, \\ x - y + 2z - 1 = 0. \end{cases}$$

Задача 7

... тинн треугольника ABC . Найти длину бис-