

Требования к оформлению типового расчета

Изучение математики студентами СФТИ НИЯУ МИФИ сопровождается выполнением типовых расчетов. Типовой расчет – индивидуальный набор задач по некоторой теме, предназначенных для закрепления теоретических знаний и отработки практических навыков. Поэтому выполнять задания типового расчета следует своевременно и самостоятельно.

Перед выполнением типового расчета необходимо изучить соответствующий теоретический материал (лекции, рекомендованная литература) и решения задач, разобранные на практических занятиях.

Каждый типовой расчет выполняется в отдельной тетради в клетку (12-18 листов) или на скрепленных и пронумерованных листах формата А4. Работа должна быть подписана следующим образом:

Типовой расчет по ... (указывается дисциплина)

Студента группы ...

ФИО студента

Вариант № ... (номер в списке журнала группы)

Решения задач выполняются ручкой с яркими синими или черными чернилами, все чертежи выполняются карандашом с использованием линейки и, при необходимости, циркуля.

Обязательно указывается номер каждой задачи и полностью приводится ее формулировка.

Решения задач следует излагать подробно, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решение каждой задачи должно доводиться до ответа, требуемого условием. После решения записывается ответ (по каждому вопросу, если в задании их несколько).

Типовой расчет сдается на проверку до указанного преподавателем срока. Работа принимается только в том случае, если содержит все задания и удовлетворяет требованиям к оформлению.

Самостоятельность выполнения типового расчета проверяется на его защите у преподавателя (собеседование), который вправе предложить решить задачи аналогичного типа или задать вопросы по любым задачам из данного типового расчета.

Типовой расчет засчитывается преподавателем по результатам защиты в ходе очной встречи при условии, что правильно решены все задачи.

Студенту предоставляется возможность выполнить работу над ошибками. Работа над ошибками выполняется в этой же тетради или на дополнительных скрепленных и пронумерованных листах и сдается для повторной проверки. Защита работы проходит на дополнительной консультации, при этом максимальный балл за работу снижается.

ВАРИАНТ 1

Проинтегрировать уравнения

1. $(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0$;
2. $y' \sin^2 x = y \ln y$;
3. $(x + 2y)dx = xdy$;
4. $x^2dy - (2xy - y^2)dx = 0$;
5. $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$;
6. $(xy' - 1) \ln x = 2y$;
7. $xy' - 3y = -x^4y^2$;
8. $(4x^3e^y + y^4e^x)dx + (x^4e^y + 4y^3e^x)dy = 0$
9. $(\cos y \cdot \sin x + 1)dx + (\sin y \cdot \cos x - 1)dy = 0$;

10. $(x^2 - y^2)y' = 2xy, \quad y(0) = 1$;

11. $(y')^2 - y'(e^{x+y} + x^2y) + e^{x+y}x^2y = 0$;

13. $x^3y'' + x^2y' = 1$;

12. $(y')^3 - y + x = 0$;

14. $y'(1 + (y')^2) = y''$;

15. $y'' + 3y' + 2y = 0$,

18. $y'' + 2y' = 10e^x(\sin x + \cos x)$;

$y(0) = 2, \quad y'(0) = -3$;

16. $y''' - y'' + y' - y = x + 5$;

19. $y'' + 3y' + 2y = \frac{e^{-x}}{e^x + 2}$,

17. $y'' - y' + 2y = e^x(x^2 - 1)$;

$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$;

20. Указать структуру общего решения уравнения

$$y'' - 8y' + 16y = 12x^2 - 28x + e^{4x};$$

Решить системы уравнений

21.
$$\begin{cases} y'_1 = y_1 - 2y_2 \\ y'_2 = y_1 + 4y_2 \end{cases}$$

22.
$$\begin{cases} y'_1 = y_2 + x^2 \\ y'_2 = y_1 - x^2 \end{cases}, \quad \begin{matrix} y_1(0) = 1, \\ y_2(0) = 0 \end{matrix}$$

23. Составить дифференциальное уравнение всех парабол с осью, параллельной оси Oy и проходящих через начало координат.

24. Найти закон изменения силы тока I с течением времени в цепи с сопротивлением R , самоиндукцией L , если электродвижущая сила $E = E_0 \sin \omega t$.

ВАРИАНТ 2

Проинтегрировать уравнения

1. $y' \cos x = \frac{y}{\ln y}$;
2. $3e^x \operatorname{tg} y \, dx + (1 - e^x) \cos^{-2} y \, dy = 0$
3. $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$;
4. $y^2 + x^2 y' = xy y'$;
5. $x^2 y' = 2xy + 3$;
6. $x^2 y' + 2xy = \ln x$;
7. $xy' + y = 2y^2 \ln x$;
8. $\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}} - 1 \right) dx - \frac{y \, dy}{\sqrt{x^2 - y^2}} = 0$;
9. $x(y^2 - 3)dx + (x^2 y - 2\sqrt{y})dy = 0$;
10. $y' \cos x = (y + 1) \sin x$, $y(0) = -1$;
11. $(y')^4 - 3(y')^3 + 7y' - 6 = 0$;
12. $y = xy' + y' - (y')^2$;
13. $(y + 1) \cdot (y + 2)y'' = (y')^2$;
14. $xy''' - y'' - x + 1 = 0$;
15. $y'' - 8y' + 17y = 0$,
 $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$;
16. $y'''' + 18y'' + 81y = 2x + 1$;
17. $y'' - 5y' + 4y = 4x^2 e^{2x}$;
18. $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 4x$;
19. $y'' + 9y = \frac{9}{\sin 3x}$,
 $y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4$, $y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{2}\pi$;

20. Указать структуру общего решения уравнения

$$y''' - 16y' = 48e^{4x} + 64 \cos 4x - 64 \sin 4x;$$

Решить системы уравнений

21. $\begin{cases} y_1' = y_1 - 3y_2 \\ y_2' = y_1 + 5y_2 \end{cases}$;
22. $\begin{cases} y_1' = -4y_2 + \sin x \\ y_2' = y_1 + \cos x \end{cases}$, $y_1(0) = 0$,
 $y_2(0) = 1$

23. Составить дифференциальное уравнение окружностей радиуса $R = 1$, центры которых лежат на прямой $y = 2x$.

24. Пуля, двигаясь со скоростью $v_0 = 400$ м/сек входит в достаточно толстую стену. Сопротивление стены сообщает пуле отрицательное ускорение, пропорциональное квадрату ее скорости с коэффициентом пропорциональности $k = 7$. Найти скорость пули через $0,001$ сек. после вхождения в стену.

ВАРИАНТ 3

Проинтегрировать уравнения

1. $y' \operatorname{ctg} x + y = 2$;
2. $\sec^2 x \cdot \operatorname{ctg} y dx + \sec^2 y \cdot \operatorname{tg} x dy = 0$;
3. $xy' = y(\ln y - \ln x)$;
4. $(x^2 - 2y^2)dx + 2xydy = 0$;
5. $xy' + y - x - 1 = 0$;
6. $y' - y \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sin x}$;
7. $x^2 y' - 2xy + y^2 = 0$;
8. $2x \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y)dy = 0$;
9. $(1 + e^{\frac{x}{y}})dx + e^{\frac{x}{y}}(1 - \frac{x}{y})dy = 0$;
10. $xy' + y = y^2, \quad y(1) = 0,5$;
11. $y = (y')^2$;
12. $y = x(y')^2 - (y')^2$;
13. $2x(y')^2 + y'' = 0$;
14. $(y')^2 + yy'' = 0$;
15. $y'' - 5y' + 4y = 0,$
 $y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$;
16. $y^{IV} + y''' + 4y'' + 4y' = x^2 + 3$;
17. $y'' - 4y' + 20y = 5e^{3x}$;
18. $y'' - 4y' + 8y = e^x(5 \sin x - 3 \cos x)$;
19. $y'' + y = 2 \operatorname{ctg} x,$
 $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$;

20. Указать структуру общего решения

$$y'' - 4y = 8 \sin 2x + 3e^{2x};$$

Решить системы уравнений

$$21. \begin{cases} y_1' = 3y_1 + y_2 \\ y_2' = y_1 + 3y_2 \end{cases}, \quad 22. \begin{cases} y_1' = y_2 - 1 & y_1(0) = 1, \\ y_2' = y_1 - 2 & y_2(0) = 0 \end{cases}$$

23. Кривая проходит через точку $M_0(9;3)$ и обладает тем свойством, что отношение ординаты любой ее точки к абсциссе пропорционально угловому коэффициенту касательной к этой кривой в той же точке с коэффициентом пропорциональности $k = 4$. Найти уравнение кривой.
24. Скорость размножения бактерий пропорциональна их количеству. В начальный момент имелось 100 бактерий, а в течение 3-х часов их число удвоилось. Во сколько раз увеличится количество бактерий в течение 9 часов.

ВАРИАНТ 4

Проинтегрировать уравнения

1. $xy' + y - 3 = 0$;
2. $\sqrt{6y - y^2} dx - (4 + x^2) dy = 0$;
3. $xy' + xe^{\frac{y}{x}} - y = 0$;
4. $2x^3 y' = y(2x^2 - y^2), y(1) = 1$;
5. $y' - 2y \operatorname{tg} x = \sin x$;
6. $y' \cos^2 x + y = 1$;
7. $x^2(x-1)y' - y^2 - xy(x-2) = 0$;
8. $\frac{2x(1-e^y)}{(1+x^2)^2} dx + \frac{e^y}{1+x^2} dy = 0$;
9. $(2-9xy^2)x dx + (4y^2-6x^3)y dy = 0$;
10. $y' x y (1+x^2) = 1+y^2, y(1) = 0$;
11. $y'(x - \ln y') = 1$;
13. $y'' = xe^{2x}$;
12. $y = xy' + a\sqrt{1+(y')^2}$;
14. $1+(y')^2 = yy''$;
15. $y'' - 2\sqrt{2}y' + 2y = 0,$
 $y(0) = 1, y'(0) = 0$;
18. $y'' + 2y' = -2e^x(\sin x + \cos x)$;
16. $y^{IV} + 4y'' + 3y = 2x + 5$;
19. $y'' - 9y' + 18y = \frac{9e^{3x}}{1+e^{-3x}},$
 $y(0) = 0, y'(0) = 0$;
17. $9y'' + 42y' + 49y = 5e^{-\frac{7}{3}x}$;

20. Указать структуру общего решения уравнения

$$y'' + 2y' + y = 5e^{-x} + x \sin 2x;$$

Решить системы уравнений

21. $\begin{cases} y'_1 = y_1 + 6y_2 \\ y'_2 = -2y_1 + 9y_2 \end{cases};$
22. $\begin{cases} y'_1 = -2y_1 + y_2 - e^{2x} \\ y'_2 = -3y_1 + 2y_2 + 6e^{2x} \end{cases}, \quad \begin{matrix} y_1(0) = 1, \\ y_2(0) = 0 \end{matrix}$

23. Найти уравнение огибающей семейства линий $y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{ax^2}{\cos^2 \alpha}$, где

a – константа. (Указание $C = \operatorname{tg} \alpha$)

24. Найти форму зеркала, отражающего параллельно заданному направлению все лучи, выходящие из заданной точки. (Указание. Выбор декартовой системы координат: заданная точка – начало координат, заданное направление – Ox)

ВАРИАНТ 5

Проинтегрировать уравнения

1. $y' \cos x = (y + 1) \cdot \sin x$;
2. $\frac{dx}{x(y-1)} + \frac{dy}{x+2} = 0$;
3. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$;
4. $xy'(\ln y - \ln x + 4) = y(\ln \frac{y}{x} + 5)$;
5. $y'x + 2y = x^3$;
6. $(1 + e^x)(y' + y) = 1$;
7. $y'x - 3y = -x^4 y^2$;
8. $(x + \ln y)dx + (1 + \frac{x}{y} + \sin y)dy = 0$;
9. $(2xy - 5)dx + (3e^y + x^2)dy = 0$;
10. $x^2 y' + y^2 + xy + x^2 = 0, \quad y(1) = 0$;
11. $y^2((y')^2 + 1) = 1$;
13. $x^2 y'' + xy' = 1$;
12. $y = \frac{2}{3}xy' + \frac{1}{3}(y')^2$;
14. $y'' \operatorname{tg} y = 2(y')^2$;
15. $y'' - 8y' + 16y = 0,$
 $y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$;
18. $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 6x$;
16. $y''' - y'' - y' + y = x - 1$;
19. $y'' + 16y = \frac{16}{\cos 4x}$;
17. $y''' - 2y'' - 3y' = (8x - 14)e^{-x};$
 $y(0) = 3, \quad y'(0) = 0$;

20. Указать структуру общего решения уравнения

$$y'' - 2y' + y = xe^{3x} + x^2 - 1;$$

Решить системы уравнений

$$21. \begin{cases} y'_1 = 9y_1 + 6y_2 \\ y'_2 = 2y_1 + 8y_2 \end{cases}; \quad 22. \begin{cases} y'_1 = y_1 + y_2 - \cos x \\ y'_2 = -2y_1 - y_2 + \cos x + \sin x \end{cases}, \quad \begin{matrix} y_1(0) = 1, \\ y_2(0) = -2 \end{matrix}$$

23. Составить дифференциальное уравнение семейства линий $y = ax^2 + be^x$.
24. Температура вынутого из печи хлеба в течение 20 минут падает от 100° до 60° . Температура окружающего воздуха поддерживается равной 20° . Через какое время T от момента начала охлаждения температура хлеба понизится до 30° . По закону Ньютона скорость охлаждения тела пропорциональна разности между температурой тела и температурой воздуха.

ВАРИАНТ 6

Проинтегрировать уравнения

1. $(1 - x^2)y' = xy$;
2. $y' = 2\sqrt{y} \cdot \ln x$;
3. $y' + \frac{x+y}{x+2y} = 0$;
4. $(y^2 - 2xy)dx + x^2 dy = 0$;
5. $y' + y \operatorname{tg} x = \sin 2x$;
6. $xy' + y = x(2 \ln x + 1)$;
7. $y' - xy + y^3 e^{-x^2} = 0$;
8. $2x \cos^2 y dx + 8(\sqrt[3]{y} - \frac{x^2}{8} \sin 2y) dy = 0$;
9. $2xy^{-3} dx + (y^2 - 3x^2)y^{-4} dy = 0$;
10. $x y' + y - x - 1 = 0, \quad y(1) = 0,5$;
11. $y = y' + \frac{e^x}{y'}$;
12. $y' = \ln(xy' - y)$;
13. $2y y'' - (y')^2 = 0$;
14. $x \ln x \cdot y'' = y'$;
15. $y'' + 14y' + 53y = 0,$
 $y(0) = 1, \quad y'(0) = -5$;
16. $y''' - 2y'' - 3y' = 2x^2 + 1$;
17. $12y'' - 7y' + y = (2x^2 - x + 3)e^x;$
 $y(0) = 1 + 3 \ln 3, \quad y'(0) = 5 \ln 3$
18. $y'' + 2y' + 5y = -17 \sin 2x$;
19. $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{2 + e^{-x}},$

20. Указать структуру общего решения уравнения

$$y'' + 3y' = 2 \operatorname{sh} 3x;$$

Решить системы уравнений

21. $\begin{cases} y_1' = -2y_1 + y_2 \\ y_2' = -3y_1 + 2y_2 \end{cases};$
22. $\begin{cases} y_1' = -2y_1 - 4y_2 + 1 + 4x \\ y_2' = -y_1 + y_2 + 1,5x^2 \end{cases}, \quad \begin{matrix} y_1(0) = 5, \\ y_2(0) = 1 \end{matrix}$

23. Кривая проходит через точку $M_0(1;2)$ и обладает тем свойством, что угловой коэффициент касательной в любой ее точке пропорционален ординате точки касания с коэффициентом пропорциональности $k = 2$. Найти уравнение кривой.
24. Согласно закону Гука эластичный шнур длиной l под действием растягивающей силы F получает приращение длины, равное $k l F$ (k – константа). Шнур длиной 3 метра подвешен за один конец. На сколько увеличится длина шнура, если его вес равен 2 кг.

ВАРИАНТ 7

Проинтегрировать уравнения

1. $\sqrt{y^2 + 2} \cdot x dx + y(1 + x^2) dy = 0;$
2. $(\sqrt{xy} - \sqrt{x}) dx + (\sqrt{xy} + \sqrt{y}) dy = 0$
3. $xy dy + (x^2 - 2y^2) dx = 0;$
4. $\left(x + y \sin \frac{y}{x}\right) dx - x \sin \frac{y}{x} dy = 0;$
5. $y'x + 2y = x^4;$
6. $x(x+1)y' - y = x^2;$
7. $xy^2 y' = x^2 + y^3;$
8. $\frac{y}{x} dx + (\ln x - y^3) dy = 0;$
9. $(3x^2 + 6x^2 y + 3xy^2) dx + (2x^3 + 3x^2 y) dy = 0$
10. $x y' + x e^{\frac{y}{x}} - y = x, \quad y(1) = 0;$
11. $(y')^6 + 2(y')^4 + 3(y')^2 + y' - 5 = 0;$
12. $y = 2x y' + (y')^3;$
13. $x y'' + \frac{1}{x} y' = \frac{1}{x};$
14. $y'' + y' + 2 = 0;$
15. $y'' + 2y' + 2y = 0,$
 $y(0) = 0, \quad y'(0) = 1;$
16. $y^{IV} - 10y'' + 9y = x + 3;$
17. $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x;$
18. $y'' - 4y' + 4y = e^{-2x} \sin 6x;$
19. $y'' + 4y = 8 \operatorname{ctg} 2x,$
 $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5, \quad y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4;$
20. Указать структуру общего решения уравнения

$$49y'' + 2y' + y = e^{-\frac{x}{2}}(x+1) + \sin x;$$

Решить системы уравнений

21. $\begin{cases} y'_1 = 7y_1 - 5y_2 \\ y'_2 = -4y_1 + 8y_2 \end{cases};$
22. $\begin{cases} y'_1 = y_2 \\ y'_2 = -y_1 + \frac{1}{\cos x} \end{cases}, \quad \begin{matrix} y_1(0) = 2, \\ y_2(0) = -4 \end{matrix}$

23. Найти кривую, у которой точка пересечения любой касательной с осью Ox одинаково удалена от точки касания и от начала координат.
24. Моторная лодка движется в спокойной воде со скоростью 10 км/час. На полном ходу ее мотор был выключен и через $t = 20$ сек. скорость лодки уменьшилась до $v_1 = 6$ км/час. Определить скорость лодки через 2 мин. после остановки мотора, считая, что сопротивление воды пропорционально скорости движения лодки.

ВАРИАНТ 8

Проинтегрировать уравнения

- $\frac{e^{-y^3}}{x^2 - 9} dy + \frac{x}{y^2} dx = 0;$
- $(1 + e^{2x}) y^2 dy - e^x dx = 0;$
- $x^2 dy + y^2 dx = xy dy;$
- $(y + \sqrt{xy}) dx = x dy;$
- $e^x (y + y') = 1;$
- $y'x + 2y = x^3;$
- $y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 4 \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{1+x^2}} \operatorname{arctg} x;$
- $2x(\sqrt{x^2 - y} + 1) dx - \sqrt{x^2 - y} dy = 0;$
- $\left(\frac{1}{y} + \operatorname{tg} x\right) dx - \frac{x}{y^2} dy = 0;$
- $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2, \quad y(0) = 0;$
- $3(y')^5 - 6(y')^4 + (y')^2 - 8 = 0;$
- $y(y+1)y'' = (y')^2;$
- $y y' - x(y')^2 = 1;$
- $2y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'};$
- $10y'' - 7y' + y = 0,$
 $y(0) = 7, \quad y'(0) = 2;$
- $y'' + y = 2\cos 5x + 3\sin 5x;$
- $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = 4x;$
- $y'' - 2y' = \frac{4e^{-2x}}{1+e^{-2x}},$
- $y'' + 6y' + 34y = (3-4x)e^x;$
 $y(0) = \ln 4, \quad y'(0) = \ln 4 - 2;$

20. Указать структуру общего решения уравнения

$$y'' + y = 2\sin x - 6\cos x + 2e^x;$$

Решить системы уравнений

- $$\begin{cases} y_1' = 5y_1 + y_2 \\ y_2' = -3y_1 + 9y_2 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} y_1' = y_1 - 2y_2 + e^x \\ y_2' = y_1 + 4y_2 + e^{2x} \end{cases}, \quad \begin{matrix} y_1(0) = -1,5 \\ y_2(0) = 0,5 \end{matrix}$$

- Найти кривую, у которой расстояние любой касательной от начала координат равно абсциссе точки касания.
- В результате химической реакции между веществами A и B образуется вещество C . Установить зависимость количества вещества C от времени, если в момент вступления в реакцию количества веществ A и B были равны соответственно a и b . Скорость реакции пропорциональна произведению реагирующих масс.

ВАРИАНТ 9

Проинтегрировать уравнения

1. $x^3(y^4 + 4)dx + y^3(x^4 + 4)dy = 0$

2. $\frac{x dx}{y+1} - \frac{y dy}{x+1} = 0$

3. $x dy + \left(x \cdot \sqrt{\frac{y}{x}} - 1 - y \right) dx = 0$

4. $x y' - y = (x + y) \ln \frac{x + y}{x};$

5. $\cos x \cdot y' - y \sin x = x e^{-x^2};$

6. $(x^4 - 1)y' + 2xy(x^2 + 1) = 1;$

7. $(1 - x^2)y' + xy = x(1 - x^2)\sqrt{y}; \left(\frac{x}{\sin y} + 2 \right) dx + \frac{(x^2 + 1) \cos y}{\cos 2y - 1} dy = 0;$

8. $(10xy - 8y - 3)dx + (5x^2 - 8x + 6)dy = 0;$

9. $(2x^3 - xy^2)dx + (2y^3 - x^2y)dy = 0, \quad y(0) = 1;$

10. $x = e^{2y'} - (y')^2;$

12. $y'' = \frac{y'}{x} \left(\ln \frac{y'}{x} + 1 \right);$

11. $xy'(y' + 2) = y;$

13. $y y'' = (y')^2 - (y')^3;$

15. $2y'' + 5y' + 2y = 0,$
 $y(0) = 0, \quad y'(0) = 1;$

18. $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 5x;$

16. $y^{IV} + 4y''' + 10y'' + 12y' + 5y = x + 8;$

19. $y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\cos \pi x}$

17. $y''' - y'' - 9y' + 9y = (12 - 16x)e^x;$

$y(0) = 3, \quad y'(0) = 0;$

20. Указать структуру общего решения уравнения

$$15y'' - 11y' + 2y = x + e^x(\sin x + \cos x);$$

Решить системы уравнений

21. $\begin{cases} y_1' = 5y_1 + 4y_2 \\ y_2' = -2y_1 + 11y_2 \end{cases};$

22. $\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 & y_1(0) = 3, \\ y_2' = y_1 - 5\sin x & y_2(0) = 1 \end{cases}.$

23. Дана функция $x^y + Cxy = 0$. Найти уравнение, решением которого является эта функция.

24. Проходя через лес и испытывая сопротивление деревьев, ветер теряет часть своей скорости. На бесконечно малом пути эта потеря пропорциональна скорости в начале этого пути и его длине. Найти скорость ветра, прошедшего в лесу 300 метров и зная, что до вступления в лес начальная скорость ветра $v_0 = 10$ м/сек; после прохождения в лесу пути 50 м. скорость ветра уменьшилась до $v = 9$ м/сек.

ВАРИАНТ 10

Проинтегрировать уравнения

1. $3 \operatorname{tg} y dx - 2x \ln x dy = 0$;
 2. $y' - y = 2(1 + x^2 y')$;
 3. $(x^2 + y^2) dx + xy dy = 0$;
 4. $y' = \frac{x - y}{x + y}$;
 5. $(x^2 + 1)y' - 2xy = x(x^2 + 1)^{3/2}$;
 6. $xy' - y = x(\ln x - 2)$;
 7. $y'x + y = 2y^2 \ln x$;
 8. $3x^2 \sin^2 y dx + (y + x^3 \sin 2y) dy = 0$;
 9. $(e^x + y - 1) dx + (x - e^y + 3) dy = 0$;
 10. $(\sin^2 y + x \operatorname{ctg} y) y' = 1, \quad y(1) = \frac{\pi}{2}$;
 11. $\arcsin \frac{x}{y'} = y'$;
 12. $(y')^2 - xy' + y = 0$;
 13. $y'' = y'(1 + y')$;
 14. $y'' - \frac{y'}{x-1} = x(x-1)$;
 15. $y'' - 4y' + 3y = 0,$
 $y(0) = 6, \quad y'(0) = 10$;
 16. $y^{IV} + 2y''' + 4y'' - 2y' - 5y = 2x$;
 17. $y'' - y' + y = (x^2 - 3x + 1)e^{-x}$;
 18. $y'' + 2y' + 5y = 10 \cos x$;
 19. $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{1 + e^{-x}},$
 $y(0) = 1 + 2 \ln 2, \quad y'(0) = 3 \ln 2$;
20. Указать структуру общего решения уравнения
 $y'' + y = 2 \cos 7x + 3 \sin x$;

Решить системы уравнений

21. $\begin{cases} y'_1 = y_1 - 2y_2 \\ y'_2 = 3y_1 + 6y_2 \end{cases}$;
22. $\begin{cases} y'_1 = y_1 + 2y_2 + 16x e^x \\ y'_2 = 2y_1 - y_2 \end{cases}, \quad \begin{matrix} y_1(0) = -11, \\ y_2(0) = -5 \end{matrix}$.

23. Найти кривую, проходящую через точку $M_0(3;5)$, если в любой ее точке отрезок нормали, заключенный между осями координат, делится пополам.
24. В культуре пивных дрожжей быстрота прироста действующего фермента пропорциональна его наличному количеству. Во сколько раз количество фермента увеличится в течение 2,5 часа, если в течение часа оно удваивается?

ВАРИАНТ 11

Проинтегрировать уравнения

1. $y' = (2y + 1) \operatorname{ctg} x$;
2. $(2x + 1)dy + y^2 dx = 0$;
3. $(y - x)y dx + x^2 dy = 0$;
4. $x^3 dy + (4y^3 + 3x^2 y)dx = 0$;
5. $y' - 4y = e^{4x}$;
6. $(x^2 + 1)y' + xy = x(x^2 + 1)$;
7. $xy' + 2y = (x + 3)xy^3$;
8. $\frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2} = 0$;
9. $(4y^2 + 2xy + 3x^2)dy + (y^2 + 6xy + 2x^2)dx = 0$
10. $xdy + (x + y)dx = 0, \quad y(1) = 1$;
11. $y' = e^{y'}(y' - 1)$;
12. $y = x(y')^2 + (y')^2$;
13. $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$;
14. $y''(y + 1) = (y')^2 + y'$;
15. $y'' + 2y' - 15y = 0,$
 $y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$;
16. $y''' + 6y'' + 11y' + 6y = x^2 + 3$;
17. $y''' - 3y' - 2y = -4xe^x$;
18. $y'' + y = 2 \cos 7x - 3 \sin 7x$;
19. $y'' + y = 4 \operatorname{ctg} x,$
 $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$;

20. Указать структуру общего решения уравнения

$$9y'' + 24y' + 16y = xe^x + \cos x;$$

Решить системы уравнений

21. $\begin{cases} y_1' = 4y_1 + 2y_2 \\ y_2' = -y_1 + y_2 \end{cases};$
22. $\begin{cases} y_1' = y_2 + 1 & y_1(0) = 2, \\ y_2' = -y_1 + x & y_2(0) = -1 \end{cases}.$

23. Найти кривую, зная, что длина отрезка, отсекаемого на оси ординат нормалью в произвольной точке кривой, равна удвоенной ординате этой точки.
24. Температура воздуха равна 25° . Тело в течение 15 минут охлаждается от 85° до 45° . В течение какого времени температура тела достигнет 35° ? Считать, что скорость охлаждения тела в воздухе пропорциональна разности между температурами тела и воздуха.

ВАРИАНТ 12

Проинтегрировать уравнения

1. $\sqrt{y^2 + 1} dx - xy dy = 0$;
2. $(x^2 + 1)y' + 4xy = 0$;
3. $xy y' = x^2 + y^2$;
4. $xy' = 2y(\ln y - \ln x)$;
5. $(x + 1)y' - 2y = (x + 1)^4$;
6. $y = xy' - x^2 \cos x$;
7. $x^2 y^2 + 1 = x^3 y y'$;
8. $[3x^2(1 + \ln y)]dx + \left(\frac{x^3}{y} - 2y\right)dy = 0$;
9. $(x^2 + y^2 + x)e^{2x} dx + ye^{2x} dy = 0$;
10. $2xy' - y = 3x^2, \quad y(1) = 1$;
11. $(y')^2 - 3xy' + 3x^2 - p = 0$;
12. $xy' - y = \ln y'$;
13. $y''(2y + 3) - 2(y')^2 = 0$;
14. $x^3 y'' + x^2 y' = 1$;
15. $y'' - 2y' - 8y = 0,$
 $y(0) = 2, \quad y'(0) = 5$;
18. $y'' + 4y' + 4y = e^x(\sin x + \cos x)$;
16. $y^{IV} + 4y''' + 8y'' + 8y' + 3y = 3x^2 - 1$
19. $y'' + 6y' + 8y = \frac{4e^{-2x}}{2 + e^{2x}},$
 $y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$;
17. $y'' + y' + y = 3xe^{2x}$;
20. Указать структуру общего решения уравнения
 $y'' - 2y' = 2ch 2x$;

Решить системы уравнений

21. $\begin{cases} y_1' = 7y_1 + 2y_2 \\ y_2' = 3y_1 + 2y_2 \end{cases}$;
22. $\begin{cases} y_1' = -2y_2 + 3 & y_1(0) = 2, \\ y_2' = 2y_1 - 2x & y_2(0) = -1 \end{cases}$.

23. Найти кривую, у которой точка пересечения любой касательной с осью ординат равноудалена от точки касания и от начала координат.
24. Точка массы $m = 2$ г. движется прямолинейно. На нее действует сила, пропорциональная времени, прошедшего от момента, когда скорость равнялась нулю, с коэффициентом пропорциональности $k_1 = 4 \frac{\Gamma \cdot \text{сек}}{\text{см}^3}$. Точка испытывает сопротивление среды, пропорциональное скорости движения с коэффициентом пропорциональности $k_2 = 6 \frac{\Gamma}{\text{сек}}$. Найти скорость движения в момент времени $t = 2$ сек.

ВАРИАНТ 13

Проинтегрировать уравнения

1. $y' - xy^2 = 2xy$;
2. $\frac{(10 - x^2)xy}{5 - y^2} = y'$;
3. $y'x = y(\ln y - \ln x + 1)$;
4. $ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0$;
5. $xy' - y = x^2 \cos x$;
6. $(x + 1)y' - y = e^x(x + 1)^2$;
7. $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y$;
8. $[3x^2 + \cos(x + y)]dx + [\cos(x + y) - 3y^2]dy = 0$
9. $(2x + y)dx + (x + 2y)dy = 0$;
10. $xy' = y \ln \frac{y}{x}, \quad y(1) = 1$;
11. $(y')^2 - \frac{xy}{a^2} = 0$;
12. $y = 4xy' - (y')^3$;
13. $y'' \sin^4 x = \sin 2x$;
14. $2(y')^2 = (y - 1)y''$;
15. $9y'' - 12y' + 4y = 0,$
 $y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$;
16. $y''' + y'' = x^2 + 2$;
17. $y''' - 3y' + 2y = (4x + 9)e^{2x}$;
18. $y'' + 2y' = 3e^x(\sin x + \cos x)$;
19. $y'' + 4y = \frac{4}{\cos 2x},$
 $y(0) = 2, \quad y'(0) = 0$

20. Указать структуру общего решения уравнения

$$y'' - 2y' + y = 2e^x - 8\cos 2x;$$

Решить системы уравнений

21. $\begin{cases} y_1' = -y_1 + 8y_2; \\ y_2' = y_1 + y_2 \end{cases};$
22. $\begin{cases} y_1' = -y_2 + \sin x & y_1(0) = 0, \\ y_2' = y_1 + \cos x & y_2(0) = 2 \end{cases}.$

23. Найти уравнение кривой, проходящей через точку $M(1;0)$ и обладающей тем свойством, что отрезок, отсекаемый касательной на оси Ox , равен расстоянию точки касания от начала координат.
24. Ускорение локомотива, начальная скорость которого равна v_0 , прямо пропорционально силе тяги F и обратно пропорционально массе поезда m . Сила тяги локомотива $F(t) = b - kv(t)$, где $v(t)$ – скорость локомотива в момент t , а b и k – постоянные величины. Определить зависимость силы тяги локомотива от времени t .

ВАРИАНТ 14

Проинтегрировать уравнения

1. $\frac{x}{x^2+1} dx - \frac{y^2}{y^3+1} dy = 0;$
2. $\sqrt{1+\ln x} dx - xy dy = 0;$
3. $2y' \cdot x^2 = y^2 + 6xy + 4x^2;$
4. $(x^2 + y^2) dx - 2xy dy = 0;$
5. $y' - y = e^x \sin x;$
6. $xy' + y = x^3 \ln x;$
7. $y' + 2xy = 2x^3 y^3;$
8. $\left(\ln^3 y - \frac{3y \ln^2 x}{x} \right) dx + \left(\frac{3x}{y} \ln^2 y - \ln^3 x \right) dy = 0$
9. $(5x + 3y) dx + (3x - 7y) dy = 0;$
10. $y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x, \quad y(0) = 0;$
11. $(y')^3 - 5(y')^2 + y' + 4 = 0;$
12. $y = xy' - (y' + 2);$
13. $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x;$
14. $yy'' - (y')^2 = 0;$
15. $y'' - 6y' + 10y = 0,$
 $y(0) = -1, \quad y'(0) = 0;$
16. $y''' + 2y'' - y' - 2y = 2x - 3;$
17. $y'' - 2y' - y = 4xe^x;$
18. $y'' - 4y' + 8y = e^x (2 \sin x - \cos x);$
19. $y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{2 + e^{-2x}},$
 $y(0) = 1 + 3 \ln 3, \quad y'(0) = 10 \ln 3$
20. Указать структуру общего решения уравнения
$$y''' + y'' = 10 \sin x + 6 \cos x + 4e^x;$$

Решить системы уравнений

21. $\begin{cases} y'_1 = 2y_1 + y_2 \\ y'_2 = 3y_1 + 4y_2 \end{cases};$
22. $\begin{cases} y'_1 = y_1 + y_2 + e^x & y_1(0) = 3, \\ y'_2 = y_1 + y_2 - e^x & y_2(0) = 1 \end{cases}.$

23. Найти кривую, у которой подкасательная вдвое больше абсциссы точки касания.
24. В сосуде находится $V = 75$ л. водного раствора соли. В сосуд втекает чистая вода со скоростью $v = 3$ л/мин., а смесь вытекает с той же скоростью, причем, концентрация раствора поддерживается равномерной путем перемешивания. В начальный момент $t_0 = 0$ в растворе содержалось $m_0 = 6$ кг соли. Сколько соли будет содержаться в сосуде через 25 мин. после начала процесса?

ВАРИАНТ 15

Проинтегрировать уравнения

- $x\sqrt{1-y^2}dx + y\sqrt{1-x^2}dy = 0;$
 - $\frac{dx}{\cos^2 x \cos y} = -\operatorname{ctg} x \cdot \sin y dy;$
 - $y' \cos \frac{y}{x} = \frac{y}{x} \cos \frac{y}{x} - 1;$
 - $(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0;$
 - $y' - \operatorname{ctg} x \cdot y = \sin^2 x;$
 - $y' + y \operatorname{tg} x = \sec x;$
 - $y' + 2y = y^2 e^x;$
 - $\left(\ln y - \frac{y}{x}\right)dx + \left(\frac{x}{y} - \ln x\right)dy = 0;$
 - $(\operatorname{tg} x + y + \sin y)dx + (\operatorname{ctg} y + x + x \cos y)dy = 0$
 - $xy' + y = 2y^2 \ln x, \quad y(1) = 0,5;$
 - $y = a\sqrt{1+(y')^2};$
 - $y(y')^2 = 2x(y')^3 + 1;$
 - $y'' = \frac{\cos 2x}{\sin^2 2x};$
 - $y y'' = y'' + 2(y')^2;$
 - $y'' + 4y' + 5y = 0,$
 $y(0) = -2, \quad y'(0) = 1;$
 - $y'' + 2y' + 5y = -\cos x;$
 - $y'' - 6y''' + 9y'' = 3x - 1;$
 $y'' + \frac{1}{4}y = \frac{1}{4}\operatorname{ctg} \frac{x}{2},$
 - $y'' + 4y'' + 5y' + 2y = (2x + 16)e^x;$
 $y(\pi) = 2, \quad y'(\pi) = 0,5$
20. Указать структуру общего решения уравнения

$$y'' - 2y' + 10y = \sin 3x + e^x;$$

Решить системы уравнений

- $\begin{cases} y_1' = 2y_1 - y_2 \\ y_2' = 3y_1 - 2y_2 \end{cases};$
- $\begin{cases} y_1' = 4y_1 - 5y_2 + 4x - 1 \\ y_2' = y_1 - 2y_2 + x \end{cases}, \quad \begin{matrix} y_1(0) = 0, \\ y_2(0) = 0 \end{matrix}.$

- Найти кривые, у которых площадь трапеции, ограниченной осями координат, касательной и отрезком, соединяющим точку касания с ее проекцией на ось Ox , есть величина постоянная, равная $3a^2$.
- Вес летчика с парашютом 80 кг. Сопротивление воздуха при спуске парашютиста пропорционально квадрату его скорости. Определить скорость спуска в зависимости от времени и предельную скорость падения, если коэффициент пропорциональности $k = 400 \frac{\Gamma}{\text{см}}$.

ВАРИАНТ 16

Проинтегрировать уравнения

1. $y' = \frac{y^2 - 2y}{2x}$;
2. $(1 - x^2)dx + 3x\sqrt[3]{y}dy = 0$;
3. $2x^3dy - y(2x^2 - y^2)dx = 0$;
4. $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$;
5. $y' - 2xy = (x + 1)e^{x^2}$;
6. $xy' - y = -2x \ln x$;
7. $(1 + x^2)y' = xy + x^2y^2$;
8. $(3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2y + 4y^3)dy = 0$;
9. $(2xy + 3y^2)dx + (x^2 + 6xy - 2y)dy = 0$;
10. $x^2y' = 2xy + 3, \quad y(1) = 0$;
11. $x = 2y' + 3(y')^2$;
12. $y = y'(x + 1 - y')$;
13. $2yy'' = 1 + (y')^2$;
14. $xy'' = y' + x^2$;
15. $y'' + 2y' - 3y = 0,$
 $y(0) = 6, \quad y'(0) = 2$;
16. $y''' + 3y'' + 2y' = 3x^2 + 2x$;
17. $y'''' + 8y''' + 16y'' = xe^x$;
18. $y'' - 4y' + 8y = e^x(-3\sin x + 4\cos x)$;
19. $y'' + 3y' = \frac{9e^{3x}}{1 + e^{3x}}$;
 $y(0) = \ln 4, \quad y'(0) = 3(1 - \ln 2)$
20. Указать структуру общего решения уравнения
$$y''' - 1000y = 20e^{10x} - 100 \cos 10x$$

Решить системы уравнений
21. $\begin{cases} y_1' = y_1 - y_2 \\ y_2' = 4y_1 + y_2 \end{cases}$;
22. $\begin{cases} y_1' = -y_1 + y_2 + e^x \\ y_2' = y_1 - y_2 + e^x \end{cases}, \quad \begin{matrix} y_1(0) = 1, \\ y_2(0) = 1 \end{matrix}$
23. Найти кривые, для которых площадь треугольника, образованного касательной, нормалью к оси Ox , проведенной из точки касания и осью абсцисс, есть величина постоянная, равная a^2 .
24. Шарик массой 1 г. без начальной скорости медленно погружается в жидкость. Найти его скорость через 2 секунды после погружения, если сила сопротивления жидкости пропорциональна скорости погружения (коэффициент пропорциональности $k = 3$).

ВАРИАНТ 17

Проинтегрировать уравнения

1. $(1+x^2)y' = x \sin^2 y$;
 2. $ydx - (4+x^2) \ln y dy = 0$;
 3. $y'x = x e^{\frac{y}{x}} + y$;
 4. $y - xy' = x \sec \frac{y}{x}$;
 5. $x^2 y' + 2xy - \ln x = 0$;
 6. $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^3 x$;
 7. $y'x = y - x^4 y^4$;
 8. $\left(\operatorname{arctg} y + \frac{y}{x^2+1} \right) dx + \left(\operatorname{arctg} x + \frac{x}{y^2+1} \right) dy = 0$;
 9. $2xydx + (x^2 - y^2)dy = 0$;
 10. $x^2 y' + y^2 - 2xy = 0, \quad y(1) = 0$;
 11. $y = 0,25(y')^2$;
 12. $y(y')^3 + x = 1$;
 13. $y'''(x-1) - y'' = 0$;
 14. $2yy'' = (y')^2$;
 15. $y'' - 6y' + 8y = 0,$
 $y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$;
 16. $y''' - y' = 3x^2 - 2x + 1$;
 17. $y''' - 7y'' + 15y' - 9y = (8x - 12)e^x;$
 $y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$;
 18. $y'' + 2y' + 5y = -2 \sin x$;
 19. $y'' + y = \frac{1}{\cos x}$;
20. Указать структуру общего решения уравнения
- $$y'' - y' + 4y = xe^x + \cos 2x;$$

Решить системы уравнений

21. $\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 \\ y_2' = 3y_1 + 2y_2 \end{cases};$
22. $\begin{cases} y_1' = -y_2 + x^2 \\ y_2' = y_1 + x \end{cases}, \quad \begin{matrix} y_1(0) = 3, \\ y_2(0) = 0 \end{matrix}.$

23. Найти семейство кривых, для которых отношение радиуса кривизны к длине нормали равна 2. Выделить кривую, для которой $y(0) = 1,$
 $y'(0) = 1.$
24. Лодка замедляет свое движение под действием сопротивления воды, которое пропорционально скорости лодки. Начальная скорость лодки равна 2 м/с, а ее скорость через 4 с. равна 1 м/с. Через сколько секунд скорость лодки будет равна 0,25 м/с? Какой путь может пройти лодка до остановки?

ВАРИАНТ 18

Проинтегрировать уравнения

- $(5x^3 - 1)y' + 3x^2 y^4 = 0;$
- $\sin^2 x \cos^2 y dx - \cos^2 x dy = 0;$
- $(y^2 - xy)dx + (x^2 - 2xy)dy = 0, \quad y(1) = 1;$
- $xdy - ydx = ydy;$
- $y' \cos x = (y + 1) \sin x;$
- $(1 + x^2)y' + 2xy = 2x;$
- $y' + xy = (1 + x)e^{-x} y;$
- $[(y + 1)e^x + e^y]dx + [(x + 1)e^y + e^x]dy = 0;$
- $(y - \sin x)dx + (x + 1)dy = 0;$
- $\cos y \cdot \sin x dx - \sin y \cdot \cos x dy = 0, \quad y(0) = \frac{\pi}{3};$
- $y = x - \frac{4}{9}(y')^2 + \frac{8}{27}(y')^3;$
- $2y(y')^2 = 2x(y')^3 + 1;$
- $y'' = 2xy'(x^2 + 2)^{-1};$
- $y''x \ln x = y';$
- $y'' + 3y' + 2y = 0,$
 $y(0) = 1, \quad y'(0) = -1;$
- $y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{1 + e^{-2x}};$
- $y'' + 2y' + 2y = (x + 2)e^x;$
 $y(0) = 1 + 2 \ln 2, \quad y'(0) = 6 \ln 2$

20. Указать структуру общего решения уравнения

$$y'' + 4y' = 16sh4x;$$

Решить системы уравнений

- $$\begin{cases} y_1' = y_1 - 2y_2 \\ y_2' = y_1 + 3y_2 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} y_1' = 3y_1 + y_2 + e^x & y_1(0) = 0, \\ y_2' = y_1 + 3y_2 - e^x & y_2(0) = 1 \end{cases}$$

- Найти кривые, у которых площадь треугольника, ограниченного касательной, осью Ox и отрезком от начала координат до точки касания, есть величина постоянная равная a^2 .
- На материальную точку массы m действует постоянная сила, сообщая точке ускорение a . Окружающая среда оказывает движущейся точке сопротивление, пропорциональное скорости ее движения, коэффициент пропорциональности равен γ . Как изменится скорость движения со временем, если в начальный момент точка находилась в покое?

ВАРИАНТ 19

Проинтегрировать уравнения

1. $y' = 10^{x+y}$;
2. $y'e^{-x} = x - 1$;
3. $x^2y' + y^2 = xy y'$;
4. $(x^2 + y^2)y' = 2xy$;
5. $y' - y \operatorname{tg} x = e^x \sec x$;
6. $(x+2)y' - y = x(x+2)^2$;
7. $y'x^3 \sin y = xy' - 2y$;
8. $(3x^2y^2 + 7)dx + 2x^3ydy = 0$;
9. $(x^2 + 3y^2)xdx + (y^2 + 3x^2)ydy = 0$;
10. $(xy' - 1)\ln x = 2y, \quad y(e) = 1$;
11. $(y')^2 - \frac{1}{x} = 0$;
12. $y = 6xy' + 2(y')^3$;
13. $(y')^2 + yy'' = yy'$;
14. $y''(e^x + 1) + y' = 0$;

15. $2y'' - 7y' + 3y = 0,$
 $y(0) = 0, \quad y'(0) = 0,5$;
16. $y''' - y'' = 6x^2 + 3x$;
17. $y''' - y'' - 5y' - 3y = -(18x + 4)e^x$
;
18. $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 8x$;
19. $y'' + 4y = 4 \operatorname{ctg} 2x$;
 $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3, \quad y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$

20. Указать структуру общего решения уравнения

$$y'' - y' + 0,25y = e^{4x} \sin 2x + 1;$$

Решить системы уравнений

21.
$$\begin{cases} y_1' = 3y_1 - 2y_2 \\ y_2' = 8y_1 + 3y_2 \end{cases},$$
22.
$$\begin{cases} y_1' = 2y_1 + 4y_2 + \cos x \\ y_2' = -y_1 - 2y_2 + \sin x \end{cases}, \quad \begin{matrix} y_1(0) = 0, \\ y_2(0) = 2 \end{matrix}$$

23. Найти семейство кривых, подкасательная в любой точке которых есть среднее арифметическое координат точки касания.
24. Материальная точка движется по прямой со скоростью, обратно пропорциональной пройденному пути. В начальный момент движения точка находилась на расстоянии 5 м от начала отсчета пути и имела скорость $v_0 = 20$ м/с. Определить пройденный путь и скорость точки через 10 с после начала движения.

ВАРИАНТ 20

Проинтегрировать уравнения

1. $x^2 y' - \cos 2y = 1$;
 2. $y'(x + \sqrt{x}) = \sqrt{1-y}$;
 3. $(4x^2 - y^2)dx + 2xydy = 0$;
 4. $y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$;
 5. $y' - y \operatorname{ctg} x = \sin^3 x \cdot \cos x$;
 6. $y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x$;
 7. $3xy' + 2y + xy^2 = 0$;
 8. $\frac{(x+2y)dx + ydy}{(x+y)^2} = 0$;
 9. $(x^2 + y^2 + 2x)e^x dx + 2ye^x dy = 0$
 10. $(x^3 - 3xy^2)dx + (y^3 - 3x^2y)dy = 0, y(0) = 1$
 11. $(y')^9 + 6(y')^5 + (y')^2 - y' + 4 = 0$;
 12. $y = xy' - y' - (y')^2$;
 13. $y''(x^2 + 1) = 2xy'$;
 14. $yy'' - (y')^2 = y^3$;
 15. $y'' - 10y' + 26y = 0,$
 $y(0) = 5, y'(0) = 1$;
 16. $y^{IV} - 3y''' + 3y'' - y' = x - 3$;
 17. $y'' - 5y' = 4xe^{5x}$;
 18. $y'' - 2y' + 10y = e^{\frac{3}{2}x} (2\cos x - \sin x)$
 19. $y'' - 3y' = \frac{9e^{-3x}}{3 + e^{-3x}}$;
 $y(0) = 4\ln 4, y'(0) = 3(3\ln 4 - 1)$
20. Указать структуру общего решения уравнения
 $y''' - 36y' = 36e^{6x} - 72(\cos 6x + \sin 6x)$;

Решить системы уравнений

21. $\begin{cases} y'_1 = y_1 + 3y_2 \\ y'_2 = 5y_1 + 3y_2 \end{cases}$;
22. $\begin{cases} y'_1 = y_2 + 2e^x & y_1(0) = -1, \\ y'_2 = y_1 + x^2 & y_2(0) = 1 \end{cases}$.

23. Найти кривую, проходящую через точку $M(-1; -1)$, для которой отрезок, отсекаемый на оси Ox касательной к кривой в любой ее точке, равен квадрату абсциссы точки касания.
24. Пуля, двигаясь со скоростью $v_0 = 400$ м/с. пробивает стену толщиной $h = 0,2$ м и вылетает из нее со скоростью $v_1 = 100$ м/с. Считая силу сопротивления стены пропорциональной квадрату скорости движения пули, найти время T движения пули в стене.