

Министерство транспорта России

Дальневосточная государственная морская академия
имени адмирала Г.И. Невельского

Кафедра теоретической механики и сопротивления материалов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР ТВЁРДОГО ТЕЛА
(плоская произвольная система сил)
(С-2)

Методические указания по теоретической механике
для практических занятий и самостоятельной работы курсантов I курса
всех специальностей, а также для студентов заочного факультета

Составил О. В. Антоненко

Владивосток
2001

Введение

Для выполнения расчётно-графического задания С-2 необходимо:

a) знать следующий теоретический материал:

- связи и их реакции; принцип освобождаемости от связей;
- плоская произвольная система сил (определение, условия и уравнения равновесия);
- проекции силы на оси координат (в плоскости);
- распределённые нагрузки;
- момент силы относительно точки; теорема Вариньона о моменте двух сходящихся сил;
- пара сил и её момент.

б) уметь:

- составлять расчётную схему задачи;
- составлять уравнения равновесия суммы проекций сил на оси координат;
- составлять уравнения равновесия суммы моментов сил относительно произвольной точки.

Условие задания

Найти реакции опор конструкции. Схемы конструкций представлены на рис. 1–3 (размеры – в метрах), нагрузка указана в таблице 1.

Таблица 1

Номер варианта задания (рис. 1–3)	<i>G</i>	<i>P</i>	<i>M, kNm</i>	<i>q, kH/m</i>	<i>α, град</i>
	<i>kH</i>				
1	2	3	4	5	6
1	10	5	20	1	30
2	12	8	10	4	60
3	8	4	5	2	60
4	14	–	8	3	30
5	–	6	7	1	45
6	–	10	4	2	60
7	–	6	5	1	45
8	16	7	6	2	60
9	6	6	4	2	30
10	10	8	9	1	30
11	–	4	7	0,5	45
12	10	6	8	–	45
13	12	10	6	2	30
14	10	6	10	1	45
15	4	4	4	2	60

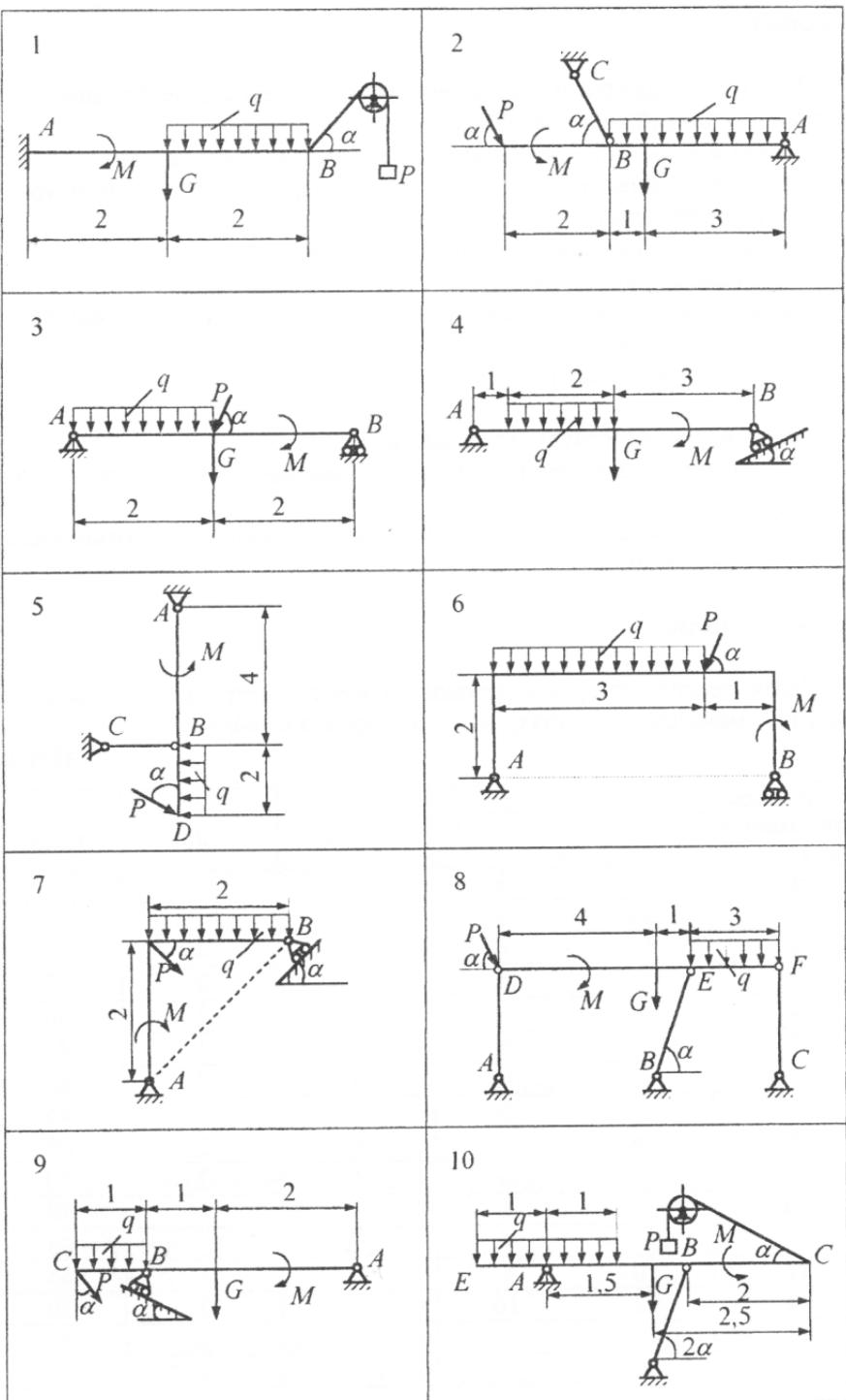


Рис. 1

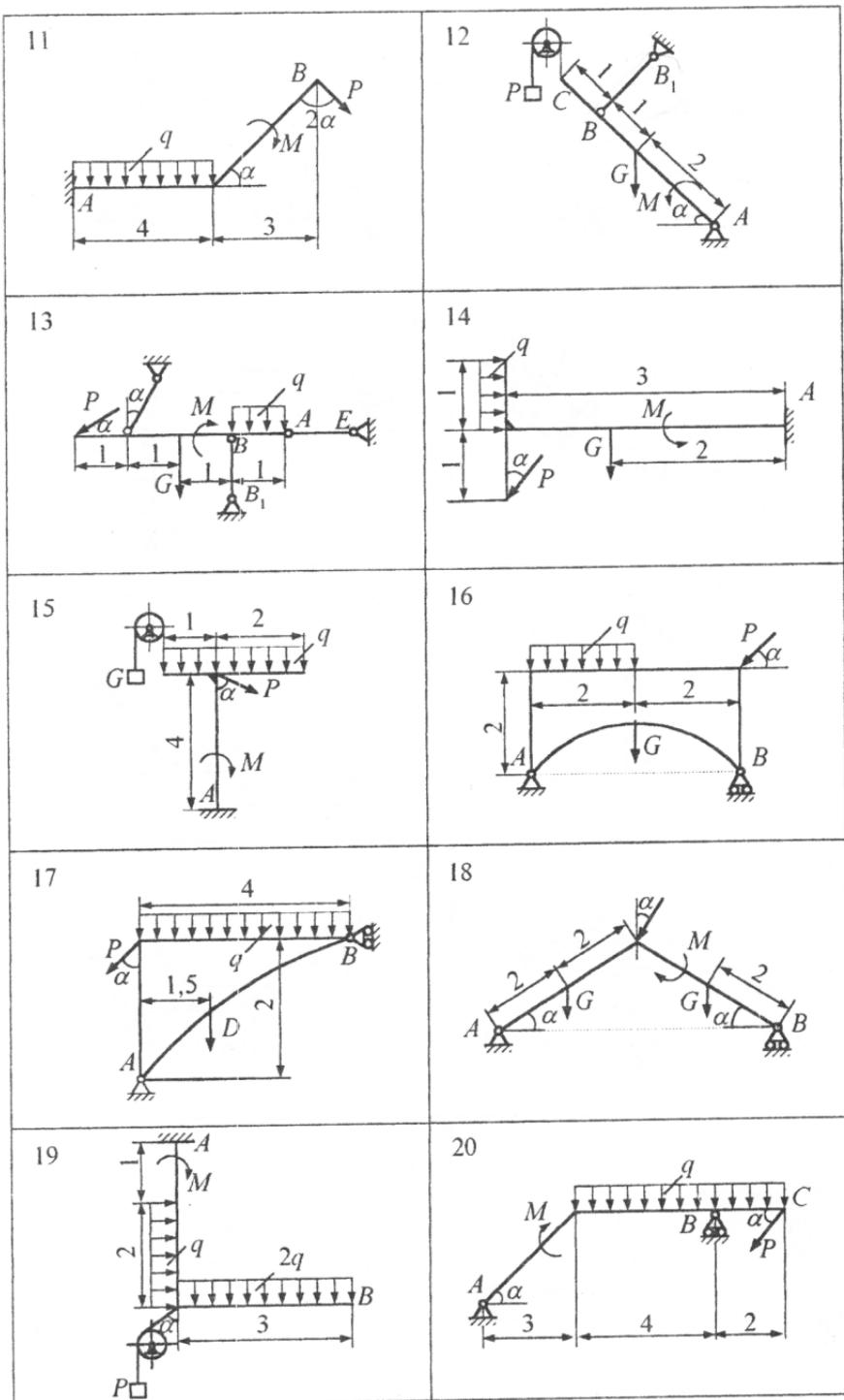
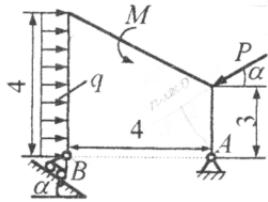
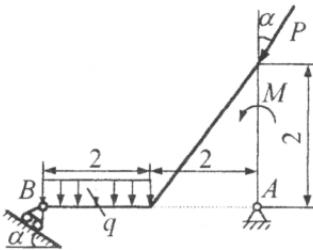


Рис. 2

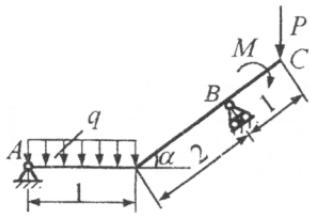
21



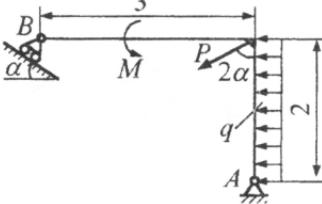
22



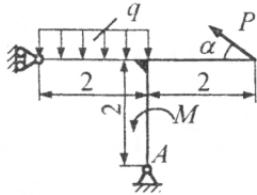
23



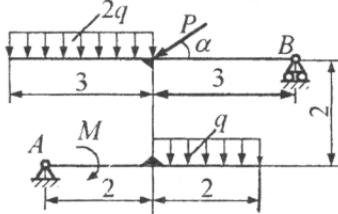
24



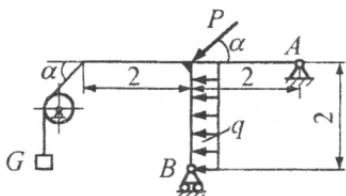
25



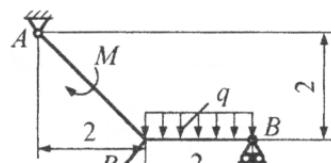
26



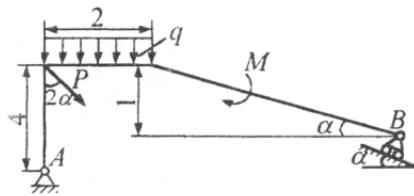
27



28



29



30

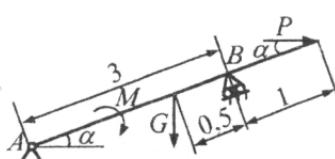


Рис. 3

Продолжение таблицы 1

16	20	10	-	2	45
17	25	5	-	0,5	45
18	20	10	10	-	30
19	-	4	8	1	45
20	-	10	6	0,5	45
21	-	8	7	0,5	30
22	-	10	8	1	30
23	-	7	10	2	30
24	-	6	7	1,5	30
25	-	14	20	0,5	45
26	-	16	14	1	30
27	5	4	8	2,5	45
28	-	10	7	3	30
29	-	6	8	1	15
30	15	10	14	-	30

Примечание: Задачи взяты из источника [1], условия оставлены без изменений.

2. Справочный материал

2.1. Определение плоской произвольной системы сил.

Плоской произвольной называется система сил, линии действия которых лежат в одной плоскости и не пересекаются в одной точке.

2.2. Уравнения равновесия плоской произвольной системы сил (три формы):

$$\begin{array}{lll} a) \sum F_{kx} = 0; & b) \sum F_{kx} = 0; & c) \sum m_A(\bar{F}_k) = 0; \\ \sum F_{ky} = 0; & \sum m_A(\bar{F}_k) = 0; & \sum m_B(\bar{F}_k) = 0; \\ \sum m_A(\bar{F}_k) = 0; & \sum m_B(\bar{F}_k) = 0; & \sum m_C(\bar{F}_k) = 0. \end{array}$$

2.3. Проекция вектора силы на ось равна произведению модуля силы на косинус угла между направлениями силы и оси.

2.4. Момент силы относительно точки определяется взятым с соответствующим знаком произведением модуля силы на её плечо относительно этой точки.

2.5. Теорема Вариньона: момент силы относительно точки равен алгебраической сумме моментов составляющих этой силы относительно той же точки.

2.6. Распределённая нагрузка, действующая на балку или её участок, заменяется равнодействующей силой, численно равной площади эпюры нагрузки и приложенной в центре тяжести этой эпюры.

2.7. Принцип освобождаемости от связей: действие на тело связи можно заменить действием её реакции; при этом реакция связи направлена в сторону, противоположную той, куда эта связь не даёт рассматриваемому телу перемещаться.

Примечание. Если полнота изложения названного справочного материала для Вас недостаточна, обратитесь к методическим указаниям [2, 3], где эти положения освещены более подробно.

3. Последовательность решения задач

3.1. Составьте расчётную схему задачи, для чего:

- приложите к рассматриваемому телу активные силы, в том числе равнодействующие распределённых нагрузок, силы натяжения нитей и силы тяжести однородных стержней (если таковые имеются);
- выберите систему координатных осей;
- определите виды связей, наложенных на тело, и покажите на рисунке силы реакций этих связей (в том числе и реактивный момент, если он имеется). Количество неизвестных реакций должно быть не более трёх.

3.2. Составьте уравнения равновесия в одной из трёх форм, из которых определите искомые величины.

3.3. Выполните проверку решения.

4. Пример выполнения задания

Дано: схема конструкции (рис. 4a); $P = 10 \text{ кН}$; $q = 4 \text{ кН/м}$; $M = 6 \text{ кНм}$; $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 60^\circ$; размеры – в метрах.

Определить реакции опоры A и стержня BB_1 .

Решение:

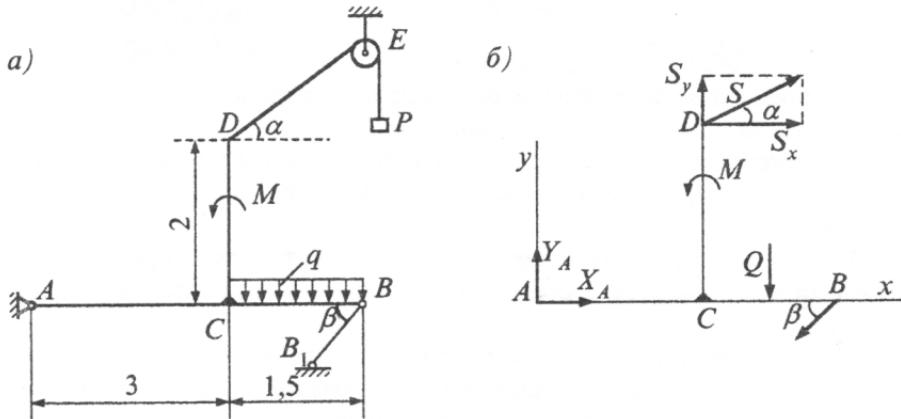


Рис. 4

Рассмотрим систему уравновешивающихся сил, приложенных к конструкции. Отбрасываем связи: шарнирно-неподвижную опору A , стержень BB_1 и нить DE . Действие связей заменяем их реакциями (рис. 4б). Так как направление реакции опоры A неизвестно, то определяем её составляющие \bar{X}_A и \bar{Y}_A . Покажем также реакцию \bar{N} стержня (предполагая, что стержень растянут) и реакцию \bar{S} нити, модуль которой равен P . Равномерно распределённую нагрузку интенсивностью q заменяем сосредоточенной силой, равной $Q = q \cdot |CB| = 4 \cdot 1,5 = 6$ (kH) и приложенной в центре тяжести эпюры этой нагрузки, т. е. посередине участка CB .

Для плоской системы сил, приложенных к конструкции, составляем три уравнения равновесия. При составлении первого уравнения воспользуемся теоремой Вариньона, согласно которой силу \bar{S} разложим на составляющие

$$S_x = P \cos \alpha; \quad S_y = P \sin \alpha.$$

$$\sum m_A(\bar{F}_k) = 0; \quad M + S_y \cdot AC - S_x \cdot CD - Q \cdot (AC + 0,5 \cdot BC) - N \sin \beta \cdot AB = 0,$$

откуда:

$$N = \frac{M + P \sin \alpha \cdot AC - P \cos \alpha \cdot CD - Q \cdot (AC + 0,5 \cdot BC)}{AB \sin \beta} =$$

$$= \frac{6 + 10 \cdot 0,5 \cdot 3 - 10 \cdot 0,866 \cdot 2 - 6 \cdot (3 + 0,5 \cdot 1,5)}{4,5 \cdot 0,866} = -4,83 \text{ (kH)},$$

$$\sum F_{kx} = 0; \quad X_A + S_x - N \cos \beta = 0;$$

откуда:

$$X_A = N \cos \beta - S_x = -4,83 \cdot 0,5 - 10 \cdot 0,866 = -11,07 \text{ (kH)};$$

$$\sum F_{ky} = 0; \quad Y_A + S_y - Q - N \sin \beta = 0,$$

откуда:

$$Y_A = N \sin \beta + Q - S_y = -4,83 \cdot 0,866 + 6 - 10 \cdot 0,5 = -3,18 \text{ (kH)}.$$

Значения всех сил получились отрицательными. Это указывает на то, что принятые направления этих сил противоположны действительным.

Для проверки решения составим ещё одно уравнение, в которое входят все искомые величины:

$$\begin{aligned} \sum m_D(\bar{F}_k) &= M + X_A \cdot CD - Y_A \cdot AC - Q \cdot 0,5 \cdot BC - N \cdot \cos \beta \cdot CD - \\ &- N \sin \beta \cdot BC = 6 - 11,07 \cdot 2 + 3,18 \cdot 3 - 6 \cdot 0,5 \cdot 1,5 + 4,83 \cdot 0,5 \cdot 2 + \\ &+ 4,83 \cdot 0,866 \cdot 1,5 = 0. \end{aligned}$$

Как видно, под действием рассматриваемой системы сил, в том числе найденных реакций связей, конструкция находится в равновесии.

4. Защита задания

При защите выполненного задания Вам могут быть заданы следующие вопросы:

1. Определите понятие “связь”.

2. Сформулируйте принцип освобождаемости от связей.

3. По какому правилу определяется направление реакции связи? Поясните примером.

4. Какая система сил называется плоской произвольной?

5. Сколько независимых уравнений можно составить для исследования равновесия плоской произвольной системы сил?

6. Уравнения равновесия плоской произвольной системы сил составлены в форме: $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum m_A(\bar{F}_k) = 0$. Какое дополнительное требование предъявляется к этим уравнениям?

7. Уравнения равновесия плоской произвольной системы сил составлены в форме: $\sum F_{kx} = 0$; $\sum m_A(\bar{F}_k) = 0$; $\sum m_B(\bar{F}_k) = 0$. Какое дополнительное требование предъявляется к этим уравнениям?

8. Уравнения равновесия плоской произвольной системы сил составлены в форме: $\sum m_A(\bar{F}_k) = 0$; $\sum m_B(\bar{F}_k) = 0$; $\sum m_C(\bar{F}_k) = 0$. Какое дополнительное требование предъявляется к этим уравнениям?

9. Зависит ли величина момента силы относительно центра от точки приложения силы?

10. Что называется плечом силы относительно центра?

11. Сформулируйте теорему Вариньона.

12. Имеется уравнение: $m_o(\bar{R}) = m_o(\bar{F}_1) + m_o(\bar{F}_2)$, где $\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$.

Оно соответствует: а) теореме о трёх силах?

б) теореме Вариньона?

в) одному из уравнений равновесия плоской произвольной системы сил?

13. Нарушится ли равновесие твёрдого тела, если изменить место приложения действующей на тело пары сил?

14. Возможна ли проверка правильности решения задачи построением замкнутого многоугольника сил?

15. Что Вы можете сказать о равнодействующей пары сил?

16. Какие пары сил являются эквивалентными?

17. Геометрическая сумма сил, приложенных к твёрдому телу, равна нулю. Значит ли это, что тело неподвижно?

18. Главный вектор и главный момент системы сил, приложенных к твёрдому телу, равны нулю. Значит ли это, что тело неподвижно?

19. Возможен ли перенос вектора силы, приложенной к твёрдому телу, на параллельную линию действия?

20. Нарушится ли равновесие твёрдого тела, если одну из действующих на тело сил перенести параллельно самой себе?

Литература

1. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: Учеб. пособие для вузов /Под ред. проф. А. А. Яблонского. – М.: Высш. шк., 1972. – 432 с.
2. Белова А. Г., Непейвода В. Г., Антоненко О. В. Связи. Силы реакции связей: Метод. указания. – Владивосток: ДВГМА, 1994. – 12 с.
3. Белова А. Г., Непейвода В. Г., Антоненко О. В. Равновесие плоской произвольной системы сил: Метод. указания. – Владивосток: ДВГМА, 1994. – 14 с.