6. ЗАДАНИЕ НА РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ

В электрической цепи, схема которой изображена на рис. 6.1 – 6.22, происходит коммутация. ЭДС источников постоянна. Параметры цепи приведены в табл. 6.1. Необходимо выполнить следующее:

Определить закон изменения во времени тока после коммутации в одной из ветвей схемы или напряжение на каком-либо элементе. Задачу решить двумя методами: классическим и операторным. На основании полученного решения построить графики изменения найденных электрических величин в интервале от $t = 0$ до $t = 3/|p|_{\min}$, где $|p|_{\min}$ – меньший по модулю корень характеристического уравнения.

Определить входное сопротивление относительно источника и закон изменения тока на этом сопротивлении, если источник задан функцией $e(t) = E(\sin 2\pi ft + t)$, где $t < \tau$ – постоянной времени цепи.

Решить с помощью интеграла Дюамеля.

Определить входное сопротивление относительно источника и закон изменения тока на этом сопротивлении, если источник задан функцией $e(t) = Ee^{(-\alpha t)}$. Значение α принять численно равным R_1. Решить спектральным методом.

Таблица 6.1

Вариант	Рисунок	U, В	L, мГн	C, мкФ	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	Определить
1	6.5	100	1	10	20	15	5	2	i_1
2	6.2	150	2	5	8	10	5	2	i_1
3	6.19	100	1	10	2	2	–	–	i_1
4	6.10	120	1	10	3	0	1	1	i_1
5	6.3	100	5	50	2	8	6	–	i_1
6	6.1	50	1	1500	2	13	1	4	i_1
7	6.11	120	10	10	10	90	1000	1000	i_1
8	6.18	200	1	20	4	4	2	–	i_3
9	6.4	100	1	10	50	25	25	–	u_C
10	6.17	300	5	4	10	20	10	20	u_C
11	6.20	100	1	10	20	4	16	2	u_{R2}
12	6.15	150	4	5	6	10	5	4	u_C

Продолжение табл. 6.1

Вариант	Рисунок	U, В	L, мГн	C, мкФ	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	Определить
13	6.6	30	1	2,5	10	10	10	–	u_C
14	6.7	200	10	10	100	0	50	100	i_1
15	6.12	100	1	10	10	10	4	–	i_1
16	6.16	50	2	1670	1	2	1	5	i_1
17	6.8	120	10	10	10	90	1000	1000	i_1
18	6.13	120	1	10	8	8	8	4	i_1
19	6.9	200	1	10	10	20	50	20	i_1
20	6.14	50	1	100	2	8	10	10	i_1
21	6.5	100	1	10	20	20	0	2	u_L
22	6.2	150	2	5	5	10	5	5	i_2
23	6.19	100	1	10	1	3	–	–	i_3
24	6.10	120	1	10	1	2	1	1	i_2
25	6.3	100	5	50	3	8	5	–	u_C
26	6.1	50	1	1500	2	13	2	3	i_2
27	6.11	120	10	10	20	80	1000	1000	i_3
28	6.18	200	1	20	6	3	2	–	i_1
29	6.4	100	1	10	50	20	30	–	u_L
30	6.17	300	5	4	15	20	5	20	i_2
31	6.20	100	1	10	20	17	3	2	i_1
32	6.15	150	4	5	9	10	5	1	u_L
33	6.6	30	1	2,5	5	10	15	–	i_3
34	6.7	200	10	10	50	50	50	100	u_{R3}
35	6.12	100	1	10	5	15	4	–	u_L
36	6.16	50	2	1670	1	2	2	4	i_2
37	6.8	120	10	10	20	80	1000	1000	i_2
38	6.13	120	1	10	12	6	8	4	i_3
39	6.9	200	1	10	10	10	50	30	i_2
40	6.14	50	1	100	3	3	10	10	i_2
41	6.5	100	1	10	20	2	18	2	u_C

Продолжение табл. 6.1

Вариант	Рисунок	U, В	L, мГн	C, мкФ	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	Определить
42	6.2	150	2	5	4	10	5	6	i_3
43	6.19	100	1	10	1,5	2,5	–	–	i_2
44	6.10	120	1	10	2	1	1	1	u_{R3}
45	6.3	100	5	50	6	8	2	–	i_3
46	6.1	50	1	1500	2	13	3	2	u_L
47	6.11	120	10	10	30	70	1000	1000	i_2
48	6.18	200	1	20	12	2,4	2	–	i_2
49	6.4	100	1	10	50	10	40	–	i_3
50	6.17	300	5	4	3	20	17	20	i_1
51	6.20	100	1	10	20	37	6	5	i_2
52	6.15	150	4	5	9	12	6	2	i_1
53	6.6	30	1	2,5	15	10	25	–	i_4
54	6.7	200	10	10	50	60	75	100	u_L
55	6.12	100	1	10	15	5	4	–	i_2
56	6.16	50	2	1670	1	3	2	5	i_3
57	6.8	120	10	10	30	70	1000	1000	i_3
58	6.13	120	1	10	12	10	6	5	i_2
59	6.9	200	1	10	10	20	50	20	i_3
60	6.14	50	1	100	3	5	15	10	i_3
61	6.21	150	4	5	9	10	15	4	i_1
62	6.2	150	2	5	4	10	5	3	u_L
63	6.19	100	1	10	3,5	1,5	–	–	u_L
64	6.10	120	1	10	2	1	3	5	u_C
65	6.3	100	5	50	6	10	4	–	i_2
66	6.1	50	1	1500	2	13	4	2	u_C
67	6.11	120	10	10	20	50	1000	1000	u_L
68	6.18	200	1	20	10	4	3	–	u_L
69	6.4	100	1	10	60	20	40	–	i_1
70	6.17	300	5	4	3	30	17	10	i_3

Окончание табл. 6.1

Вариант	Рисунок	U, В	L, мГн	C, мкФ	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	Определить
71	6.20	100	1	10	20	17	8	12	u_L
72	6.15	150	4	5	9	4	15	2	i_2
73	6.6	30	1	2,5	5	12	8	–	u_L
74	6.7	200	10	10	30	50	70	100	i_2
75	6.12	100	1	10	10	5	4	–	i_3
76	6.16	50	2	1670	1	2	4	1	u_L
77	6.8	120	10	10	15	60	1000	1000	u_C
78	6.13	120	1	10	12	8	4	6	u_L
79	6.9	200	1	10	10	10	60	20	u_L
80	6.14	50	1	100	3	3	20	5	u_L
81	6.21	150	4	5	9	10	5	2	u_C
82	6.2	150	2	5	8	10	3	6	u_C
83	6.19	100	1	15	3,5	1,5	–	–	u_C
84	6.10	120	1	10	2	4	2	1	u_L
85	6.22	100	1	10	20	15	8	4	i_1
86	6.1	50	1	1500	2	13	3	1	i_3
87	6.11	120	10	10	40	80	1000	1000	u_C
88	6.18	200	1	20	12	2	4	–	u_C
89	6.4	100	1	10	30	40	10	–	i_2
90	6.17	300	5	4	3	10	27	30	u_L
91	6.20	100	1	10	20	27	8	2	u_C
92	6.20	100	1	10	20	10	8	2	u_C
93	6.6	30	1	2,5	35	10	25	–	i_2
94	6.7	200	10	10	50	20	40	100	i_3
95	6.12	100	1	10	25	10	4	–	u_C
96	6.16	50	2	1670	1	4	3	1	u_C
97	6.8	120	10	10	30	50	1000	1000	u_{R2}
98	6.13	120	1	10	12	4	8	6	u_C
99	6.9	200	1	10	10	20	30	50	u_C
100	6.14	50	1	100	3	4	15	12	u_C

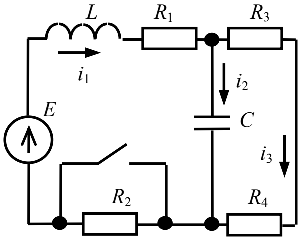


Рис. 6.1

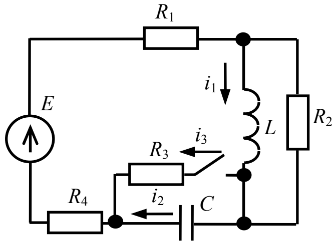


Рис. 6.2

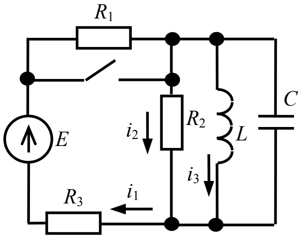


Рис. 6.3

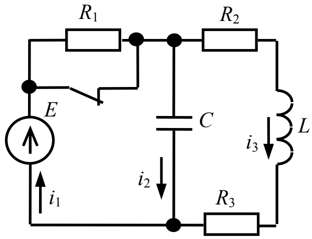


Рис. 6.4

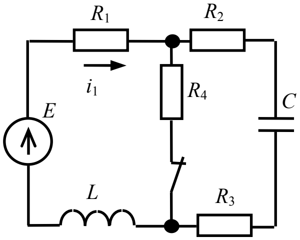


Рис. 6.5

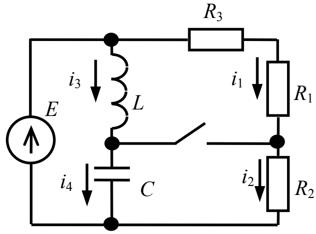


Рис. 6.6

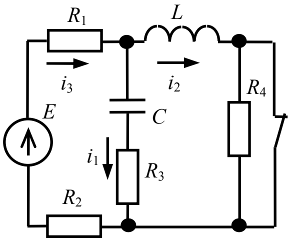


Рис. 6.7

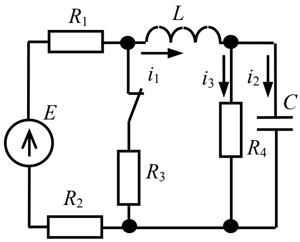


Рис. 6.8

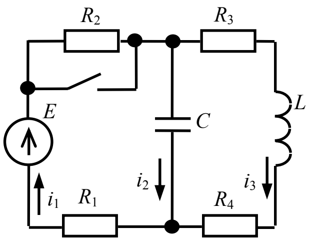


Рис. 6.9

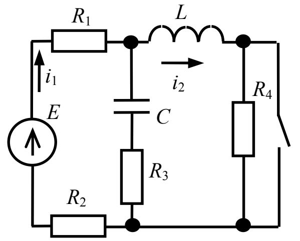


Рис. 6.10

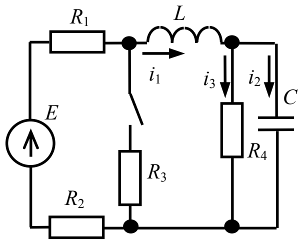


Рис. 6.11

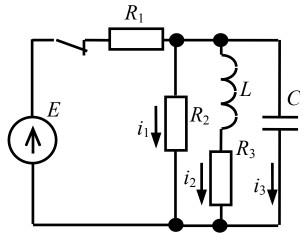


Рис. 6.12

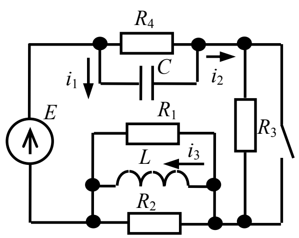


Рис. 6.13

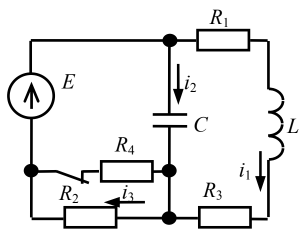


Рис. 6.14

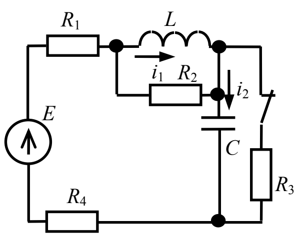


Рис. 6.15

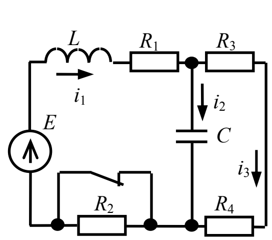


Рис. 6.16

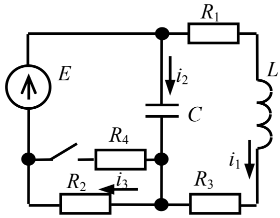


Рис. 6.17

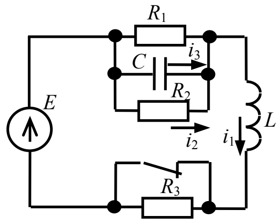


Рис. 6.18

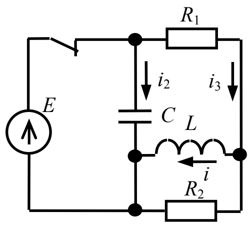


Рис. 6.19

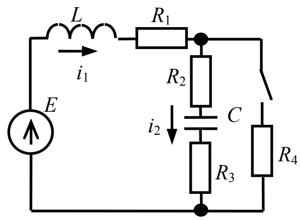


Рис. 6.20

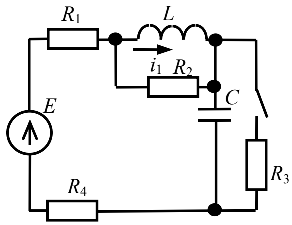


Рис. 6.21

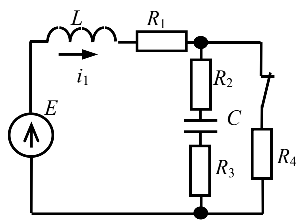
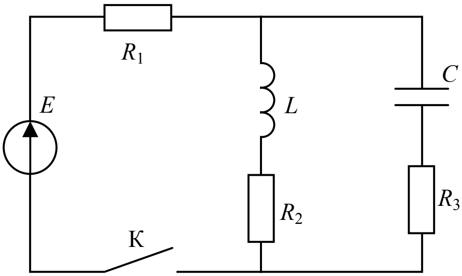


Рис. 6.22

7. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

7.1. ЗАДАНИЕ



$f = 50$ Гц;
$E = 50$ В;
$R_1 = 4$ Ом;
$R_2 = 40$ Ом;
$R_3 = 40$ Ом;
$L = 31{,}8$ мГн;
$C = 200$ мкФ

Рис. 7.1. Схема электрическая принципиальная

Для электрической цепи (рис. 7.1) найти закон изменения тока в индуктивности, напряжения на ёмкости и напряжения U_{ab} при размыкании ключа К. В цепи действует постоянная ЭДС $E(f = 0)$. Задачу решить двумя методами: классическим и операторным. На основании полученного решения построить графики изменения найденных электрических величин в интервале от $t = 0$ до $t = 3/|p|_{\min}$, где $|p|_{\min}$ – меньший по модулю корень характеристического уравнения.

Определить входное сопротивление относительно источника и закон изменения тока на этом сопротивлении, если источник задан функцией $e(t) = E(\sin 2\pi ft + t)$, где $t < \tau$ – постоянная времени цепи. Решить с помощью интеграла Дюамеля.

Определить входное сопротивление относительно источника и закон изменения тока на этом сопротивлении, если источник задан функцией $e(t) = Ee^{(-\alpha t)}$. Значение α принять численно равным R_3. Решить спектральным методом.

7.2. КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД

Для электрической цепи (рис. 7.2.1) найти закон изменения тока в индуктивности, напряжения на ёмкости и напряжения U_{ab} при размыкании ключа К классическим методом. В цепи действует постоянная ЭДС $E(f = 0)$.

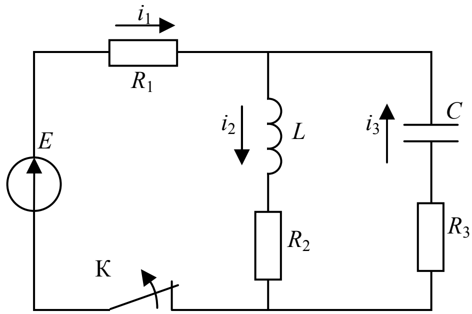


Рис. 7.2.1. Схема электрическая с расставленными токами

Рассчитаем начальные условия до коммутации:

$$I_1 = I_2 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \left| \begin{array}{c} f = 0 \rightarrow \\ X_L = \omega L = 0 \end{array} \right| = \frac{50}{44} = 1{,}136 \text{ А};$$

$$I_3 = \left| \begin{array}{c} f = 0 \rightarrow \\ X_C = \omega L = 0 \end{array} \right| = 0 \text{ А};$$

$$U_C = -I_2 R_2 = -\frac{ER_2}{R_1 + R_2} = -45{,}454 \text{ В};$$

$$U_{ab} = U_C.$$

Поскольку после коммутации в схеме вынужденная ЭДС отсутствует, то токи будут свободным. По виду схемы (рис. 7.2.2) можно сделать вывод о том, что характеристическое уравнение будет иметь 2-й порядок, так как число основных независимых начальных значений послекоммутационной схемы равно 2 (количество реактивных элементов).

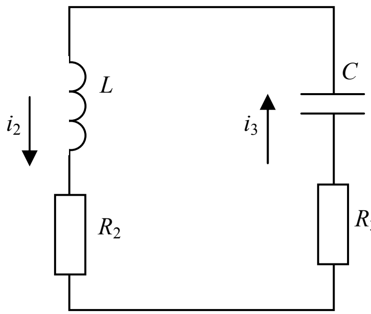


Рис. 7.2.2. Схема послекоммутационная

Для представленного контура составим уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$L\frac{di}{dt}+iR_2+iR_3+\frac{1}{C}\int idt=0.$$

Заменим $di/dt=pi$, $\int idt=i/p$:

$$piL+iR_2+iR_3+\frac{i}{pC}=0;$$

$$\frac{p^2CL+pC(R_2+R_3)+1}{pC}=0.$$

В результате имеем характеристическое уравнение

$$p^2CL+pC(R_2+R_3)+1=0;$$

$$6{,}36\cdot10^{-6}p^2+16\cdot10^{-3}p+1=0.$$

Находим корни характеристического уравнения:

$$p_1=-64{,}14;\ p_2=-2452{,}59.$$

Рассчитываем свободный ток

$$i=A_1e^{-64{,}14t}+A_2e^{-2452{,}59t}.$$

Находим постоянные интегрирования A_1 и A_2:

$$i'=p_1A_1e^{p_1t}+p_2A_2e^{p_2t};$$

$$\begin{cases} i(0_+)=A_1+A_2; \\ i'(0_+)=p_1A_1+p_2A_2; \end{cases}$$

$$A_1=\frac{i'(0_+)-p_2i(0_+)}{p_1-p_2};$$

$$A_2=i(0_+)-A_1.$$

Из начальных условий:

$$U_L+i(0_+)R_2+i_3(0_+)R_3+U_C(0_+)=0;$$

$$U_L=-i(0_+)R_2-i_3(0_+)R_3-U_C(0_+)=0{,}014\text{ В}.$$

Поскольку $U_L=Li'(0_+)$, то

$$i'(0_+)=\frac{U_L}{L}=0{,}44\text{ А/с}.$$

Откуда:

$$A_1 = \frac{i'(0_+) - p_2 i(0_+)}{p_1 - p_2} = \frac{0{,}44 + 2452{,}59 \cdot 1{,}136}{-64{,}14 + 2452{,}59} = 1{,}167 \text{ А};$$

$$A_2 = i(0_+) - A_1 = 1{,}136 - 1{,}167 = -0{,}031 \text{ А}.$$

Следовательно, закон изменения тока в индуктивности имеет вид

$$i = 1{,}167 e^{-64{,}14t} - 0{,}031 e^{-2452{,}59t}.$$

Пользуясь вторым законом Кирхгофа, рассчитаем закон изменения напряжения на конденсаторе:

$$Li' + iR_2 + iR_3 + U_C = 0;$$

$$U_C = -i(R_2 + R_3) - Li' = -A_1(R_2 + R_3 + p_1 L)e^{p_1 t} -$$
$$- A_2(R_2 + R_3 + p_2 L)e^{p_2 t} = -90{,}98 e^{-64{,}14t} + 0{,}062 e^{-2452{,}59t}.$$

Аналогично, рассчитаем закон изменения напряжения на участке *a*–*b*:

$$U_{ab} + iR_2 + Li' = 0;$$

$$U_{ab} = -iR_3 - Li' = -A_1(R_2 + p_1 L)e^{p_1 t} -$$
$$- A_2(R_2 + p_2 L)e^{p_2 t} = -44{,}3 e^{-64{,}14t} - 1{,}178 e^{-2452{,}59t}.$$

7.3. ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД

Составляем характеристическое уравнение. В решении будем использовать найденные по классическому методу корни характеристического уравнения: $p_1 = -64{,}14$; $p_2 = -2452{,}59$. Для представленного контура составим уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$L\frac{di}{dt} + iR_2 + iR_3 + \frac{1}{C}\int i dt = 0.$$

Перейдём к изображениям

$$ILp + IR_2 + IR_3 + \frac{I}{Cp} = i_2(0)L - \frac{U_C(0)}{p}.$$

Найдём изображение тока

$$I(p)\left(Lp + R_2 + R_3 + \frac{1}{Cp}\right) = \frac{pi_2(0)L - U_C(0)}{p};$$

$$I(p) = \frac{\left(pi_2(0)L - U_C(0)\right)C}{LCp^2 + C(R_2 + R_3)p + 1};$$

$$I(p) = \frac{N(p)}{M(p)}.$$

С помощью формулы разложения перейдём к функции времени:

$$\frac{N(p)}{M(p)} \risingdotseq \frac{N(p_1)}{M'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{N(p_2)}{M'(p_2)} e^{p_2 t}.$$

Найдём производную знаменателя:

$$M'(p) = 2LCp + C(R_2 + R_3);$$

$$i(t) = \frac{p_1 i_2(0) L - U_C(0)}{2Lp_1 + R_2 + R_3} e^{p_1 t} + \frac{p_2 i_2(0) L - U_C(0)}{2Lp_2 + R_2 + R_3} e^{p_2 t} =$$

$$= 1{,}165 e^{-64{,}14t} - 0{,}032 e^{-2452{,}59t}.$$

Построим графики изменения найденных электрических величин (рис. 7.3.1 – 7.3.3) в интервале от $t = 0$ до $t = 3/|p|_{\min} = 0{,}05$.

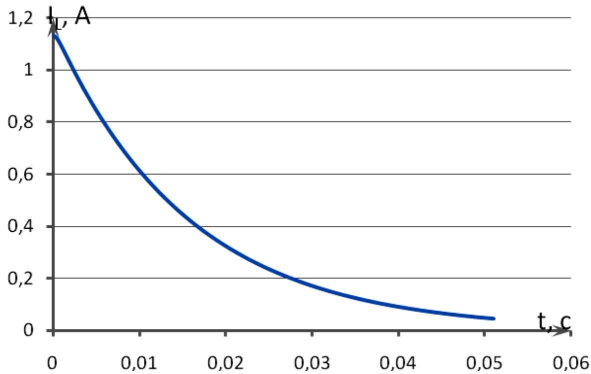


Рис. 7.3.1. График изменения тока в индуктивности

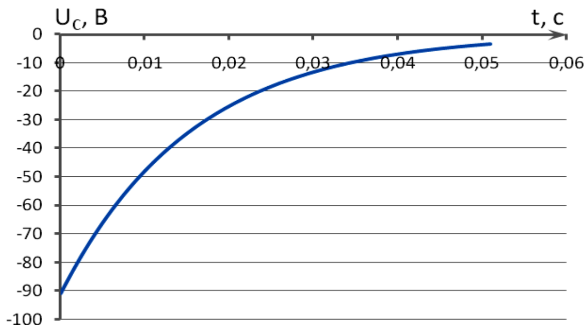


Рис. 7.3.2. График изменения напряжения на ёмкости

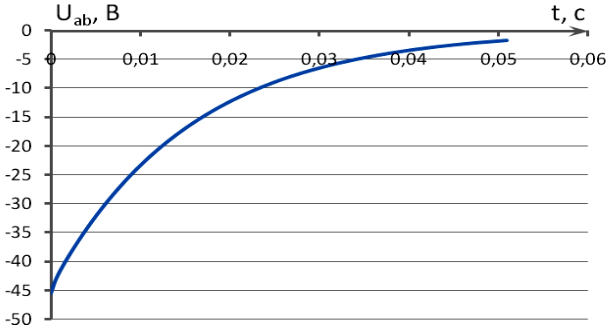


Рис. 7.3.3. График изменения напряжения на участке *a–b*

7.4. ИНТЕГРАЛ ДЮАМЕЛЯ

Определить входное сопротивление относительно источника и закон изменения тока на этом сопротивлении, если источник задан функцией

$$e(t) = E(\sin 2\pi ft + t).$$

Находим комплексное сопротивление для входящих сопротивлений:

$$z = z_1 + \frac{z_2 z_3}{z_2 + z_3}.$$

Заменяем $j\omega$ на p:

$$z = R_1 + \frac{pCR_2R_3 + p^2CR_3L + R_2 + pL}{p^2CL + pC(R_2 + R_3) + 1} =$$

$$= \frac{p^2CL(R_3 + R_1) + pC(R_2R_3 + R_1R_2 + R_1R_3) + pL + R_1 + R_2}{p^2CL + pC(R_2 + R_3) + 1} =$$

$$= \frac{277{,}8 \cdot 10^{-6} p^2 + 415{,}8 \cdot 10^{-3} p + 44}{6{,}36 \cdot 10^{-6} p^2 + 16 \cdot 10^{-3} p + 1}.$$

Данное выражение представляет собой характеристическое уравнение, имеющее следующие корни:

$$p_1 = -114{,}59; \; p_2 = -1382{,}17.$$

Найдём переходную проводимость $g(t)$ из условия, что переходная проводимость равна току при $E = 1$ В:

$$g(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$