

Лекция 1.1 ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Цель лекции: ознакомление с топологией, элементами и основными законами электрических цепей, а также изучение методов эквивалентных преобразований схем электрических цепей с пассивными элементами.

1.1 Элементы, топологические параметры электрических цепей

Исследование электрических явлений и их практического применения исторически началось с изучения свойств постоянного тока, т. е. тока, неизменного во времени. Он представляет собой направленное упорядоченное движение частиц, несущих электрические заряды. Упорядоченное движение носителей заряда в проводниках вызывается электрическим полем, которое создается в них источниками электрической энергии. Источники электрической энергии преобразуют химическую, механическую и другие виды энергии в электрическую.

Многие современные электротехнические устройства являются устройствами постоянного тока, предназначенными для решения задач распределения, контроля, преобразования и использования электрической энергии. Так, постоянный ток применяется на городском и железнодорожном транспорте, электронике, медицине и промышленности. Развиваются и совершенствуются различные типы источников электрической энергии постоянного тока: солнечные батареи и фотоэлементы – источники энергии космических аппаратов; МГД-генераторы для электрических станций.

Постоянный ток принято обозначать I [А], ЭДС источника – E [В], сопротивление R [Ом], проводимость – g [См], индуктивность – L [Гн], емкость – C [Ф]: размерности соответствуют Международной системе единиц СИ.

Электромагнитное устройство с происходящими в нем и в окружающем его пространстве физическими процессами на практике заменяют некоторым расчетным эквивалентом – электрической цепью. **Электрическая цепь** – это соединение друг с другом источников

электрической энергии и нагрузок, по которым протекает электрический ток.

Графическое изображение электрической цепи с помощью условных знаков называют **электрической схемой**. Зависимость тока, протекающего по сопротивлению, от напряжения на этом сопротивлении принято называть вольтамперной характеристикой (ВАХ). По оси абсцисс откладывается напряжение, по оси ординат – ток (рисунок 1.1).

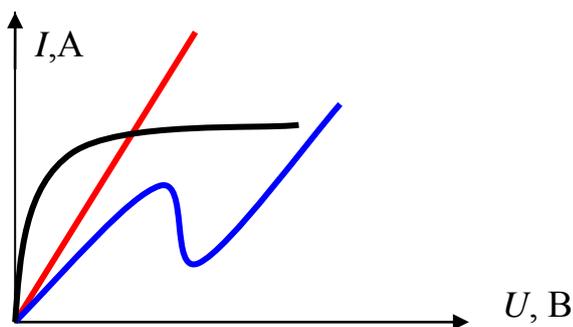


Рисунок 1.1 – ВАХ элементов электрической цепи

Сопротивления, ВАХ которых являются прямыми линиями, называют линейными сопротивлениями, а электрические цепи только с линейными сопротивлениями – линейными электрическими цепями. Электрические цепи с нелинейными сопротивлениями – нелинейными электрическими цепями.

Кроме этого, электрические цепи подразделяются на разветвленные и неразветвленные. Простейшая неразветвленная схема состоит из одной ветви, а разветвленная схема – из нескольких ветвей. Ветвь – это участок цепи с последовательно соединенными элементами, заключенный между двумя узлами. В каждой ветви электрической схемы протекает свой ток. Узел – точка цепи, в которой сходятся не менее трех ветвей. Таким образом, схема электрической цепи содержит двойную информацию: о составе элементов цепи и о способе их соединения.

Реальное электромагнитное устройство представляется электрической цепью в виде элементов, связанных между собой. Связи между элементами осуществляются соединением их выводов (зажимов или полюсов). Наиболее распространенные элементы связаны с остальной частью цепи двумя выводами и носят название **двухполюсники**.

Элементы цепи, которые необратимо потребляют или накапливают электромагнитную энергию – **пассивные элементы**. к которым относятся резистивный, индуктивный и емкостный элементы:

1. Необратимое потребление энергии с преобразованием ее в тепловую, механическую, химическую, акустическую осуществляется в резистивном элементе (рисунок 1.2)

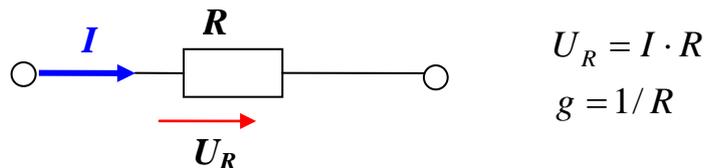


Рисунок 1.2 – Резистивный элемент

Единица измерения сопротивления резистивного элемента R – Ом [Ом]. Величина, обратная сопротивлению, называется проводимостью g .

2. Накопление энергии в магнитном поле осуществляется в индуктивном элементе (рисунок 1.3), в котором при протекании тока i , изменяющегося во времени, изменяется потокосцепление $\psi = L \cdot I$ и наводится ЭДС $\left(e = -\frac{d\psi}{dt} \right)$.

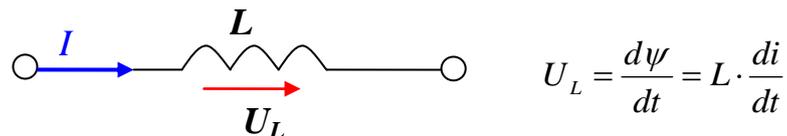


Рисунок 1.3 – Индуктивный элемент

Единица измерения индуктивности L – генри [Гн] = [Вб/А].

3. Процесс накопления энергии в электрическом поле осуществляется в емкостном элементе (рисунок 1.4), ток которого определяется скоростью изменения заряда на его обкладках.

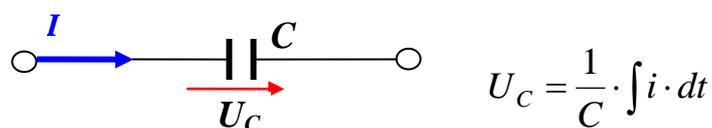


Рисунок 1.4 – Емкостной элемент

Единица измерения емкости конденсатора C – фарада [Φ] = [Кл/В].

Элементы электрической цепи, преобразующие другие виды энергии в электромагнитную, расходуемую или запасаемую, называют источниками (генераторами) или активными элементами. Любой источник можно представить в виде источника ЭДС или источника тока. Источник ЭДС – источник, характеризующийся электродвижущей силой (E) и внутренним сопротивлением ($R_{вн}$). Идеальным называется источник ЭДС, внутреннее сопротивление которого равно нулю, напряжение на зажимах не зависит от тока и равно электродвижущей силе (рисунок 1.5).

Источником тока называется источник энергии, характеризующийся величиной тока (J) и внутренней проводимостью ($g_{вн}$). Идеальным называется источник тока, внутренняя проводимость которого равна нулю (рисунок 1.5). Ток идеального источника не зависит от сопротивления внешней части цепи.

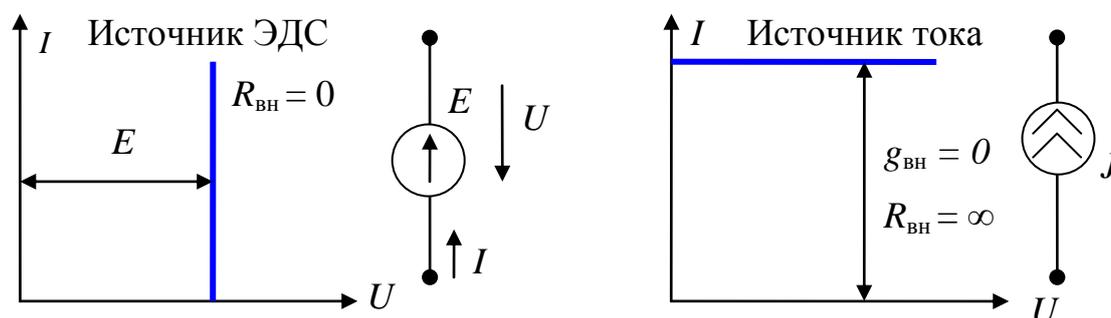


Рисунок 1.5 – ВАХ идеальных источников энергии

Реальный источник ЭДС имеет внутреннее сопротивление $R_{вн}$, а стрелка на схеме рисунка 1.6а указывает направление возрастания потенциала внутри источника. На схеме замещения реального источника тока с внутренним сопротивлением $R_{вн}$ (рисунок 1.6 б) стрелка показывает положительное направление тока источника тока. Реальные источники ЭДС и тока возможно преобразовывать друг в друга (рисунок 1.6). Идеальный источник ЭДС нельзя заменить идеальным источником тока, так как не равны энергетические соотношения $EI \neq UJ$, развиваемые ЭДС – ($E \cdot I$) и источником тока J – ($U \cdot J$).

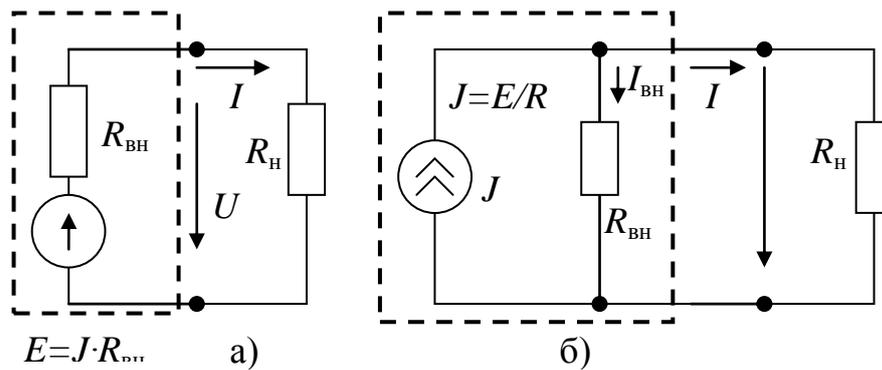


Рисунок 1.6 – Схемы замещения идеальных источников энергии:
источника ЭДС (а), источника тока (б)

Перед анализом цепи на ее схеме указывают условные положительные направления токов или напряжений на участках цепи. При этом выбор направления является произвольным.

1.2 Основные законы и соотношения в цепях постоянного тока

В простейшем виде закон Ома определяет зависимость $I = U/R$ между током и напряжением резистивного элемента электрической цепи. В общем случае закон Ома (или закон Ома для участка цепи) определяет зависимость между напряжением и током для неразветвленного участка электрической цепи, содержащей произвольное число элементов

$$I = \frac{U + \sum \pm E_i}{\sum R_i} = \frac{(\varphi_a - \varphi_b) \pm E}{\sum R_i}, \quad (1.1)$$

где $\sum R_i$ – арифметическая сумма сопротивлений всех резистивных элементов; φ_a, φ_b – величины потенциалов на участке цепи; $\sum E_i$ – алгебраическая сумма всех источников ЭДС.

При этом ЭДС, направления которых совпадают с положительным направлением тока, записываются со знаком «+», а ЭДС, направления которых противоположны положительному направлению тока, со знаком «-».

Все электрические цепи подчиняются первому и второму законам Кирхгофа, которые используют для нахождения токов в ветвях схемы. Для

составления независимых уравнений по закону Ома и двум законам Кирхгофа необходимо произвольно выбрать положительные направления токов в ветвях и обозначить их на схеме, а также положительные направления обхода контуров (рисунок 1.7).

Первый закон Кирхгофа. Алгебраическая сумма токов, подтекающих к любому узлу электрической схемы, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0. \quad (1.2)$$

Физически это означает, что движение зарядов в цепи происходит так, что ни в одном из узлов они не накапливаются.

Второй закон Кирхгофа. Алгебраическая сумма падений напряжений в любом замкнутом контуре равна алгебраической сумме ЭДС вдоль контура:

$$\sum_{k=1}^m R_k I_k = \sum_{k=1}^n E_k. \quad (1.3)$$

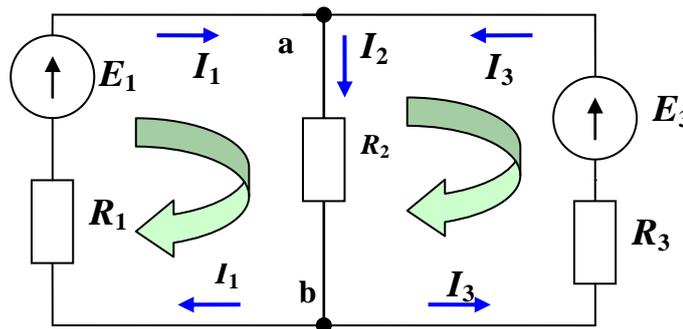


Рисунок 1.7 – Схема электрической цепи

По первому закону Кирхгофа составляют число уравнений, равное числу узлов без единицы: $n=(y-1)$ – число уравнений, y – число узлов. При составлении независимых уравнений по второму закону Кирхгофа необходимо выбрать контуры так, чтобы каждый следующий контур содержал ветвь, не входящую в предыдущий контур. По второму закону Кирхгофа составляют число уравнений, равное числу ветвей (b) схемы за вычетом ветвей с источниками тока ($b_{ист}$) и числа уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа:

$$N = b - b_{\text{ист}} - (y - 1) = b - b_{\text{ист}} - y + 1 = b - b_{\text{ист}} - n \quad (1.4)$$

Таким образом, для схемы рисунка 1.7 система уравнений должна содержать одно уравнение, составленное по первому закону Кирхгофа и два уравнения – по второму закону:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 = E_1 \\ -I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 = -E_3. \end{cases} \quad (1.5)$$

Совместное решение системы уравнений определяет токи в ветвях схемы. Если для какого-либо тока получено отрицательное значение, следует, что его действительное направление противоположно выбранному.

Для анализа работы электрических цепей и изучения режимов их работы важно знать распределение потенциала в цепи, который можно наглядно представить в виде графического изображения, называемого **потенциальной диаграммой**. Потенциальная диаграмма является иллюстрацией второго закона Кирхгофа для замкнутого контура. Она строится следующим образом: одну из точек контура соединяют с землей (т. е. ее потенциал принимают равным нулю), а потенциалы остальных точек контура схемы вычисляются по формуле $\varphi_a - \varphi_b = U = IR$ или при наличии на участке цепи источника ЭДС: $\varphi_c = \varphi_d \pm E$. Необходимо помнить, что **ток течет от большего потенциала к меньшему**. По оси абсцисс откладываются величины сопротивлений цепи в том порядке, в котором они следуют друг за другом в контуре. По оси ординат откладываются вычисленные потенциалы точек цепи.

Рассмотрим электрическую схему рисунка 1.8. Производим вычисления потенциалов точек рассматриваемого контура, начиная обход контура с точки, потенциал которой $\varphi_a = 0$. При переходе от точки «а» к точке «b» проходим сопротивление R_1 , падение напряжения на котором равно $U = IR_1$, т. е. потенциал точки «b» будет меньше потенциала точки «а» на величину падения напряжения на сопротивлении R_1 :

$$\varphi_a - \varphi_b = IR_1. \quad (1.6)$$

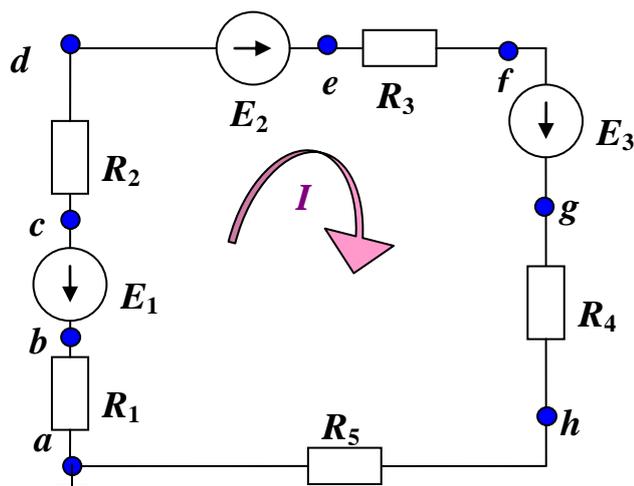


Рисунок 1.8 – Последовательный контур электрической цепи

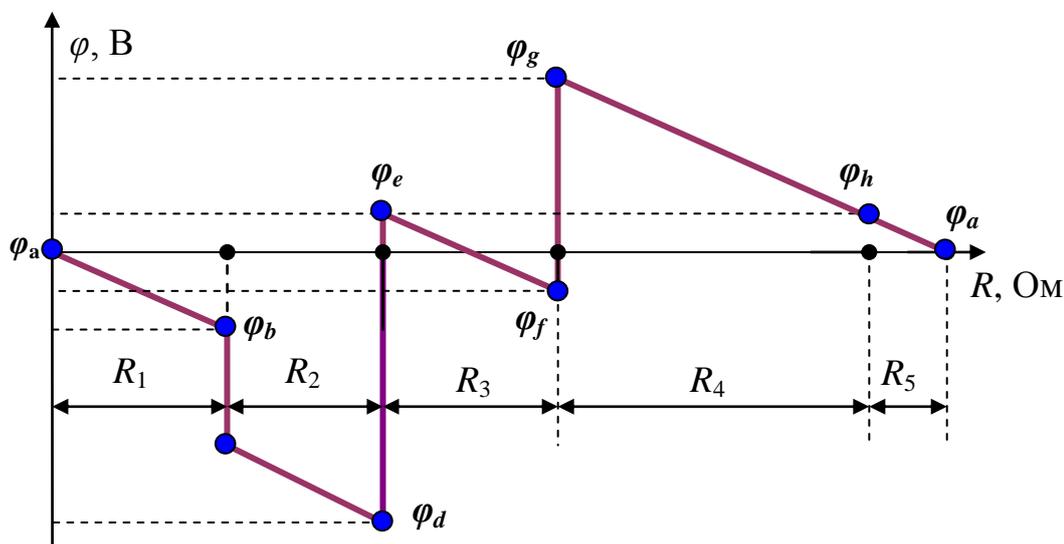


Рисунок 1.9 – Потенциальная диаграмма

Между точками «b» и «c» в цепи включен источник ЭДС, работающий в режиме потребителя. Разность потенциалов на его зажимах будет:

$$\varphi_b - \varphi_c = E_1. \quad (1.7)$$

Потенциал точки «d» ниже потенциала точки «c» на величину падения напряжения на сопротивлении R_2 , т. е.

$$\varphi_c - \varphi_d = IR_2. \quad (1.8)$$

ЭДС E_2 работает в режиме генератора, т.е. при этом потенциал точки «e» будет выше потенциала точки «b» на величину ЭДС E_2 :

$$\varphi_e = \varphi_d + E_2. \quad (1.9)$$

На основании полученных результатов аналогичных расчетов строим потенциальную диаграмму (рисунок 1.9).

1.3 Методы эквивалентного преобразования схем электрических цепей с пассивными элементами

Расчет сложной электрической цепи упрощается, если в ней группу резистивных элементов заменить другой эквивалентной группой, в которой резистивные элементы соединены иначе. После такой замены режим работы остальной части электрической цепи не изменится.

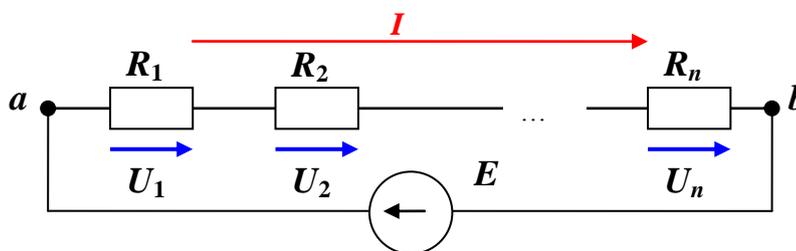


Рисунок 1.9 – Последовательное соединение резистивных элементов

При последовательном соединении элементов:

- а) величина тока одинакова во всех элементах;
- б) эквивалентное сопротивление определяется как сумма всех сопротивлений

$$R_{\text{эк}} = R_{ab} = \sum_{i=1}^n R_i, \quad \text{т.е.} \quad R_{\text{эк}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (1.10)$$

- в) напряжение на зажимах « ab » определяется также суммой падений напряжений на каждом сопротивлении

$$U_{ab} = \sum_{i=1}^n U_i, \quad \text{т.е.} \quad U_{ab} = U_1 + U_2 + \dots + U_n \quad (1.11)$$

При параллельном соединении сопротивлений напряжение на всех элементах одинаково, а ток определяется как сумма токов в отдельных ветвях:

$$I = \sum_{i=1}^n I_i, \text{ т.е. } I_{\text{вк}} = I_1 + I_2 + \dots + I_n; \quad (1.12)$$

эквивалентное сопротивление определяется через сумму эквивалентных проводимостей g :

$$g_{\text{эк}} = \sum_{i=1}^n g_i \quad \text{или} \quad \frac{1}{R_{\text{эк}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad \text{откуда} \quad R_{\text{эк}} = \frac{1}{g_{\text{эк}}} \quad (1.13)$$

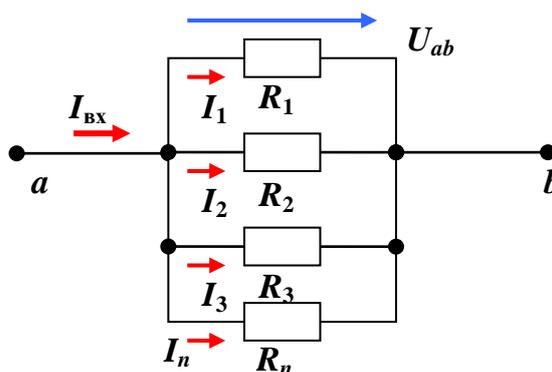


Рисунок 1.10 – Параллельное соединение резистивных элементов

Частный случай последовательного соединения двух резистивных элементов:

$$\frac{1}{R_{\text{эк}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}; \quad \text{откуда} \quad R_{\text{эк}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}, \quad (1.14)$$

а токи в ветвях определяем по закону Ома:

$$I_i = \frac{U_{ab}}{R_i}; \quad \text{где} \quad U_{ab} = R_{\text{эк}} \cdot I_{\text{вк}} \quad (1.15)$$

Тогда для схемы из двух параллельных сопротивлений токи определяться как

$$I_1 = \frac{R_{\text{эк}} \cdot I_{\text{вк}}}{R_1} = \left(I_{\text{вк}} \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right) / R_1 = I_{\text{вк}} \frac{R_2}{R_1 + R_2};$$

$$I_2 = \frac{R_{\text{эк}} \cdot I_{\text{вк}}}{R_2} = \left(I_{\text{вк}} \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right) / R_2 = I_{\text{вк}} \frac{R_1}{R_1 + R_2}. \quad (1.16)$$

При **смешанном соединении** резистивных элементов (рисунок 1.11) ток в неразветвленной части схемы будет определяться

$$I_1 = \frac{U_{cd}}{R_1 + R_{\text{эк}}}; \quad R_{\text{эк}} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \quad (1.17)$$

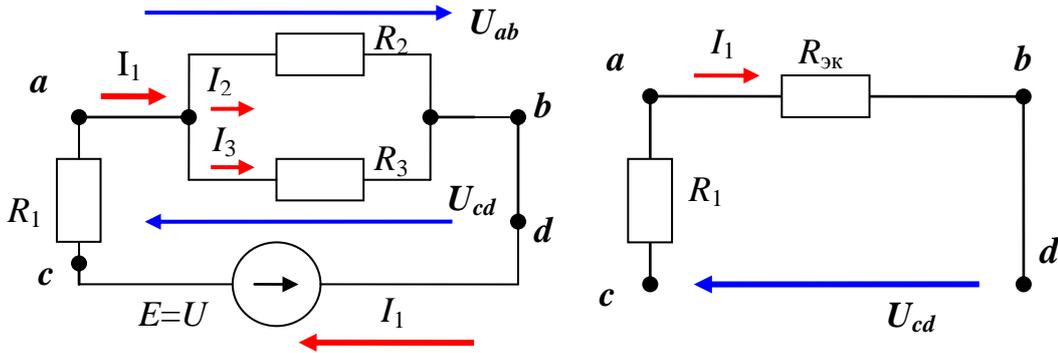


Рисунок 1.11 – Смешанное соединение резистивных элементов

Взаимное преобразование трехлучевой звезды и треугольника сопротивлений. Данное преобразование применяется для сложных цепей постоянного тока и цепей трехфазного тока.

Соединение трех сопротивлений, имеющее вид трехлучевой звезды, называют соединением «звезда». Соединение трех сопротивлений так, что они образуют собой стороны треугольника – соединением «треугольник».

Преобразование в «треугольник»

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3} + R_1 + R_2; \quad R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} + R_2 + R_3; \quad R_{31} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} + R_1 + R_2. \quad (1.18)$$

Преобразование в «звезду»

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_3 = \frac{R_{23} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}. \quad (1.19)$$

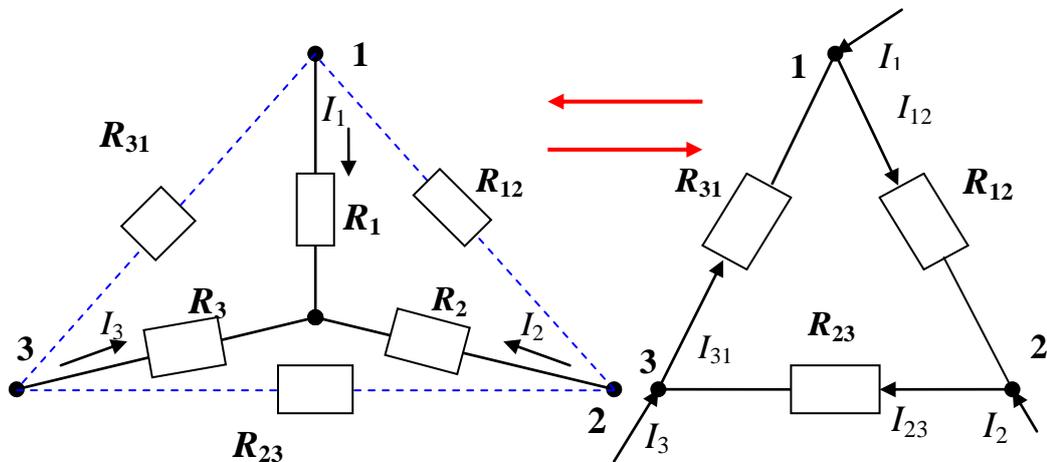


Рисунок 1.12 – Взаимное преобразование резистивных элементов из схемы соединения в «треугольник» в схему «звезда»