

## Практическое занятие №1 Погрешности средств измерений

В рамках практического занятия необходимо выполнить задачи №1-3 для самостоятельного решения

При изучении темы необходимо особо обратить внимание на следующее:

- формы представления погрешностей средств измерений;
- правила выбора нормирующего значения  $X_N$ ;
- способы нормирования и формы выражения пределов допускаемых погрешностей;
- обозначение классов точности средств измерений.

Рекомендуемая литература: [1, с.230-248], [3, с.15-19] [4, с.49-55], [5, с.51-61], [6, с.11-20, 32-36], [7, с.13-15], [11], [12]

Далее приведены примеры решения типовых задач.

### Задача № 1

Определить пределы инструментальных абсолютной и относительной погрешностей измерения тока  $I = 67$  мА, если измерения проводились магнитоэлектрическим миллиамперметром с нулем в начале шкалы, классом точности 1.0 и пределом измерения  $A = 100$  мА.

#### Решение

Для магнитоэлектрического миллиамперметра класс точности определяется значением максимальной приведенной погрешности, т.е.  $\gamma = \pm 1,0$  %.

Так как

$$\gamma = \pm \frac{\Delta}{X_N} 100 \%,$$

то предел инструментальной абсолютной погрешности

$$\Delta = \pm \frac{\gamma X_N}{100 \%} \text{ (мА)}.$$

Миллиамперметр имеет равномерную шкалу с нулем в начале шкалы, и поэтому  $X_N = A = 100$  мА:

$$\Delta = \pm \frac{1,0 \% \cdot 100 \text{ мА}}{100 \%} = \pm 1,0 \text{ (мА)}.$$

Предел инструментальной относительной погрешности

$$\delta = \pm \frac{1,0 \text{ мА}}{67 \text{ мА}} \cdot 100 \% \approx \pm 1,5 \%.$$

### Задача № 2

Определить пределы инструментальных абсолютной и относительной погрешностей измерения напряжения  $U=8,6$  В, если измерения проводились магнитоэлектрическим вольтметром с нулем в середине шкалы, классом точности 2,5 и пределами измерения  $A = \pm 25$  В.

#### Решение

Как и в предыдущей задаче, предел абсолютной погрешности находится из формулы:

$$\gamma = \pm \frac{\Delta}{X_N} 100 \% .$$

Вольтметр имеет равномерную шкалу с нулем в середине шкалы. Поэтому

$$X_N = |-25| + |25| = 50 \text{ (В)},$$
$$\Delta = \pm (2,5 \cdot 50) / 100 \% = \pm 1,25 \text{ (В)}.$$

Найдем предел относительной погрешности измерения:

$$\delta = \pm(\Delta/U) \cdot 100 \% = \pm(1,25 \cdot 100)/8,6 \approx \pm 15 (\%).$$

### Задача № 3

Оценить инструментальные погрешности измерения тока двумя магнитоэлектрическими миллиамперметрами с классами точности 0,5 и 1,0 и указать, какой из результатов получен с большей точностью, а также, могут ли показания  $I_1 = 19,0$  мА и  $I_2 = 18,6$  мА исправных приборов отличаться так, как задано в условии? Миллиамперметры имеют нули в начале шкалы и пределы  $A_1 = 50$  мА и  $A_2 = 20$  мА.

#### Решение

Инструментальные абсолютные погрешности можно найти из формул:

$$\Delta_1 = \pm(\gamma_1 X_{N1})/100 \% = \pm(\gamma_1 A_1)/100 \% = \pm(0,5 \cdot 50)/100 = \pm 0,25 (\text{мА}),$$

$$\Delta_2 = \pm(\gamma_2 X_{N2})/100 \% = \pm(\gamma_2 A_2)/100 \% = \pm(1,0 \cdot 20)/100 = \pm 0,20 (\text{мА}).$$

Для определения, какое из измерений проведено с большей точностью, необходимо определить инструментальные относительные погрешности:

$$\delta_1 = \pm(\Delta_1/I_1) 100 \% = \pm(0,25/19,0) \cdot 100 \% \approx \pm 1,3 \%,$$

$$\delta_2 = \pm(\Delta_2/I_2) 100 \% = \pm(0,20/18,6) \cdot 100 \% \approx \pm 1,1 \%.$$

Видно, что второе измерение проведено с большей точностью, так как точность обратно пропорциональна модулю относительной погрешности.

В наихудшем случае (когда погрешности приборов будут иметь противоположные знаки) модуль разницы между результатами измерений  $|\Delta| = |I_1 - I_2|$  не должен превышать сумму модулей абсолютных погрешностей, т.е.

$$|\Delta| < |\Delta_1| + |\Delta_2|.$$

Получаем

$$|\Delta| = 0,4 (\text{мА}) < |\Delta_1| + |\Delta_2| = 0,45 (\text{мА}).$$

Таким образом, при исправных миллиамперметрах можно получить указанные значения  $I_1$  и  $I_2$ .

### Задача № 4

Определить инструментальную абсолютную погрешность измерения сопротивления  $R_x = 200$  кОм с помощью комбинированного прибора, если он имеет класс точности 4,0, длину рабочей части шкалы  $L = 80$  мм, отметке 200 кОм соответствует длина шкалы  $l = 40$  мм.

#### Решение

В комбинированном приборе используется магнитоэлектрический омметр, причем шкала прибора при измерении сопротивлений неравномерная. Инструментальная относительная погрешность измерения сопротивления  $\delta_{R_x}$  с помощью таких омметров вычисляется через их класс точности по формуле

$$\delta_{R_x} = \pm(\gamma \cdot L/l),$$

т.е.

$$\delta_{R_x} = \pm(4,0 \cdot 80/40) = \pm 8,0 (\%).$$

С другой стороны

$$\delta_{R_x} = \pm(\Delta_{R_x} / R_x) \cdot 100 \%,$$

где  $\Delta_{R_x}$  - инструментальная абсолютная погрешность измерения сопротивления.

Тогда

$$\Delta_{R_x} = \pm(\delta_{R_x} \cdot R_x) / 100 = \pm(8,0 \cdot 200) / 100 = \pm 16 (\text{кОм}).$$

### Задача № 5

Определить относительную и абсолютную погрешности воспроизведения сопротивлений  $R_1 = 0,52$  Ом;  $R_2 = 120,00$  Ом;  $R_3 = 18412,00$  Ом с помощью образцового магазина

сопротивлений, если его класс точности  $0,05/4 \cdot 10^{-6}$ , магазин содержит 7 декад и цена младшей декады 0,01 Ом.

#### Решение

Сначала определим наибольшее значение воспроизводимой данным магазином сопротивлений величины:

$$R_k = 9 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 + 9 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-2} \text{ (Ом);}$$
$$R_k = 99999,99 \text{ (Ом)} \approx 10^5 \text{ (Ом)}.$$

Для нормирования пределов погрешности магазинов мер одночленные формулы не применяются, поскольку они не отражают всегда имеющей место зависимости абсолютной или относительной погрешности меры от номинального значения воспроизводимой величины. Для них используются двухчленные формулы:

для абсолютной погрешности:

$$\Delta = \pm(a + b \cdot X),$$

для относительной погрешности:

$$\delta = \pm[c + d \cdot (|X_k/X| - 1)].$$

В нашем случае заданы величины  $c$  и  $d$ :

$$c = 0,05 \% ; \quad d = 4 \cdot 10^{-6} \% .$$

Найдем относительные погрешности воспроизведения сопротивлений  $R_1, R_2, R_3$ :

$$\delta_{R_1} = \pm[0,05 + 4 \cdot 10^{-6} (|10^5 / 0,52| - 1)] \approx \pm 0,3 (\%),$$

$$\delta_{R_2} = \pm[0,05 + 4 \cdot 10^{-6} (|10^5 / 120| - 1)] \approx \pm 0,53 (\%),$$

$$\delta_{R_3} = \pm[0,05 + 4 \cdot 10^{-6} (|10^5 / 18412| - 1)] \approx \pm 0,050 (\%).$$

Известно, что связь между  $a, b, c, d$  - следующая:

$$d = a/R_k, \quad c = b + d.$$

Для удобства выразим  $c$  и  $d$  в относительных единицах:

$$c = 5 \cdot 10^{-4}, \quad d = 4 \cdot 10^{-8}.$$

Тогда

$$a = d |R_k| = 4 \cdot 10^{-8} \cdot 10^5 = 0,004 \text{ (Ом);}$$

$$b = c - d = 5 \cdot 10^{-4} - 4 \cdot 10^{-8} \approx 5 \cdot 10^{-4}.$$

Теперь можно определить абсолютные погрешности воспроизведения сопротивлений  $R_1, R_2, R_3$

$$\Delta_{R_1} = \pm(0,004 + 5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,52) \approx \pm 0,0043 \text{ (Ом)},$$

$$\Delta_{R_2} = \pm(0,004 + 5 \cdot 10^{-4} \cdot 120) \approx \pm 0,0064 \text{ (Ом)},$$

$$\Delta_{R_3} = \pm(0,004 + 5 \cdot 10^{-4} \cdot 18412) \approx \pm 9,2 \text{ (Ом)}.$$

## Задачи для самостоятельного решения

### Задача № 1

Определить пределы инструментальных абсолютной и относительной погрешностей измерения напряжения  $U$ , если измерения проводились магнитоэлектрическим вольтметром с нулем в начале шкалы, классом точности  $\gamma$  и пределом измерения  $A$ .

№ варианта	Измеренное напряжение $U$	Класс точности $\gamma$	Предел измерения $A$
1	22.7	1	30
2	21.3	1.5	40
3	18.8	1	30
4	20.8	1.5	40
5	21.5	0.2	40
6	21	0.2	30
7	18.6	0.5	40
8	19.7	0.5	25
9	16	1	35
10	19.6	1.5	25
11	20.7	1	40
12	21.8	1.5	30
13	22.4	0.2	25
14	16.9	0.2	30
15	21.7	0.5	35
16	16.9	0.5	25
17	21.6	1	25
18	21.2	1.5	40
19	16.4	1	35
20	19.9	1.5	40
21	15.9	1	40
22	18	1.5	40
23	16.5	1	35
24	19.8	1.5	30
25	17.8	0.2	35
26	20.2	0.2	40
27	17.5	0.5	40
28	19.4	0.5	25
29	21.5	1	25
30	16.3	1.5	40
31	19.8	1	30
32	16.2	1.5	25
33	22.2	0.2	25
34	16	0.2	30
35	19.5	0.5	30
36	21.7	0.5	30
37	19.3	1	35
38	18.7	1.5	35

39	21.3	1	35
40	21.4	1.5	25
41	19.7	1.5	25
42	22.3	1	40
43	18.9	1.5	30
44	16.5	0.2	30
45	21.9	0.2	25
46	16.1	0.5	35
47	21	0.5	30
48	17.2	1	30
49	22.1	1.5	25
50	20	1	40

### Задача № 2

Определить пределы инструментальных абсолютной и относительной погрешностей измерения тока  $I$ , если измерения проводились магнитоэлектрическим миллиамперметром с нулем в середине шкалы, классом точности  $\gamma$  и пределами измерения  $\pm A$ .

№ варианта	Измеренный ток $I$ , мА	Класс точности $\gamma$	Предел измерения $\pm A$ , мА
1	4,9	1,5	20
2	-7,5	1	25
3	7,4	2,5	10
4	-6	2	10
5	6,4	1,5	10
6	-4	1	20
7	4	2,5	20
8	-8,6	2	25
9	8	1,5	20
10	-8,5	1	20
11	7,1	2,5	20
12	-6,1	2	20
13	4,8	1,5	25
14	-5,7	1	20
15	8,7	2,5	15
16	-7,5	2	20
17	6	1,5	10
18	-7,7	1	25
19	4,1	2,5	20
20	-9,5	2	15
21	5,9	1,5	20
22	-6,5	1	25
23	6,4	2,5	10
24	-4	2	10
25	7,4	1,5	10
26	-4,2	1	20

27	4,3	2,5	20
28	-7,6	2	25
29	7	1,5	20
30	-9,5	1	20
31	5,1	2,5	20
32	-7,1	2	20
33	4,9	1,5	25
34	-6,7	1	20
35	7,7	2,5	15
36	-7,8	2	20
37	6,3	1,5	10
38	-5,7	1	25
39	4,3	2,5	20
40	-9,8	2	15
41	4,5	1,5	20
42	-6,5	1	25
43	8,4	2,5	10
44	-6,5	2	10
45	7,4	1,5	10
46	-4,5	1	20
47	4,8	2,5	20
48	-9,6	2	25
49	8,5	1,5	20
50	-8,7	1	20

### Задача № 3

Оценить инструментальные погрешности измерения напряжения двумя магнитоэлектрическими вольтметрами с классом точности  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  и указать, какой из результатов получен с большей точностью, а также могут ли показания  $U_1$  и  $U_2$  исправных приборов отличаться так, как задано в условии? Вольтметры имеют нули в начале шкалы и пределы  $A_1$  и  $A_2$ .

вариант	Вольтметр №1			Вольтметр №2		
	Измеренное напряжение $U_1$	Класс точности $\gamma_1$	Предел измерения $A_1$	Измеренное напряжение $U_2$	Класс точности $\gamma_2$	Предел измерения $A_2$
1	20.7	0.2	55	21.6	1	25
2	18.5	0.2	50	19.4	1.5	40
3	18	0.5	65	19	1	40
4	20	0.5	65	20.7	1.5	30
5	20.7	1	70	21.7	0.2	30
6	17.7	1.5	50	18.8	0.2	40
7	22	1	50	22.9	0.5	40
8	16.1	1.5	60	16.9	0.5	40
9	20.2	0.2	70	20.8	1	25

10	17.1	0.2	70	17.7	1.5	30
11	16.3	0.5	80	17.1	1	35
12	15.9	0.5	65	16.6	1.5	25
13	19	1	60	19.6	0.2	30
14	15.5	1.5	75	16.5	0.2	30
15	18.4	1	60	19.4	0.5	30
16	17	1.5	50	17.6	0.5	35
17	19.6	0.2	60	20.5	1	40
18	21.3	0.2	50	22	1.5	30
19	20	0.5	55	20.8	1	30
20	17	0.5	80	18.1	1.5	30
21	20.9	0.2	65	21.9	1	40
22	17.6	0.2	55	18.4	1.5	40
23	16.5	0.5	75	17.6	1	25
24	21.9	0.5	70	22.6	1.5	40
25	15.9	1	80	16.8	0.2	25
26	16.5	1.5	65	17.5	0.2	30
27	19.7	1	60	20.4	0.5	30
28	20.5	1.5	55	21.2	0.5	35
29	16.2	0.2	50	16.9	1	25
30	19	0.2	80	19.9	1.5	40
31	17.2	0.5	55	17.9	1	30
32	20.9	0.5	80	22	1.5	35
33	20.2	1	65	20.9	0.2	25
34	18.3	1.5	70	19.4	0.2	40
35	17.3	1	70	18.1	0.5	35
36	20.9	1.5	80	22	0.5	25
37	21.5	0.2	55	22.3	1	25
38	18.4	0.2	60	19	1.5	25
39	18.2	0.5	65	18.9	1	30
40	16.9	0.5	50	17.6	1.5	25
41	19.4	0.2	50	20.5	1.5	30
42	21	0.5	60	22.1	1	40
43	20	0.5	55	21	1.5	40
44	20.9	1	70	21.9	0.2	25
45	17.4	1.5	80	18	0.2	40
46	15.4	1	80	16.2	0.5	30
47	21.6	1.5	50	22.2	0.5	35
48	16.1	0.2	65	17.2	1	40
49	21.9	0.2	80	22.6	1.5	40
50	18.9	0.5	60	19.8	1	35